

# Cabri Geometrie II Plus

Příručka pro uživatele



# Vítáme vás!

Vítáme vás ve světě dynamické geometrie.

Počítačový program Cabri Geometrie byl vytvořen v 80. letech na výzkumném pracovišti CNRS (Centre National De Recherche Scientifique) a na univerzitě Josepha Fouriera v Grenoble ve Francii. Po patnácti letech má již více než milion uživatelů, kteří s ním pracují na osobních počítačích pod operačními systémy Mac OS a Windows a také na kalkulátorech Texas Instruments TI-92, TI-92 Plus, TI Voyage 200, TI-89 a TI-83 Plus. V současné době je program Cabri Geometrie vyvíjen a distribuován společností Cabrilog, kterou založil v březnu 2000 Jean-Marie Laborde, ředitel výzkumu v CNRS a virtuální otec celé rodiny Cabri.

Počítačová podpora konstrukce geometrických výkresů přináší značný pokrok ve srovnání s klasickou metodou rýsování tužkou, pravítkem a kružítkem na papír: umožňuje jednou nakreslený obrázek snadno upravovat, formulovat a ověřovat domněnky, měřit a provádět výpočty, vymazat část obrázku, překreslit vše od začátku. V hotovém obrázku lze skrýt pomocné konstrukce, obarvit čáry a měnit jejich formu, připojovat text. Obrázek je připraven k šíření po Internetu nebo ke vložení do jiného dokumentu.

Program Cabri Geometrie II Plus je novou verzí programu Cabri Geometrie II. Je v něm mnoho nových funkcí, které ho činí ještě silnějším a užitečnějším. Byly v něm opraveny některé chybičky staré verze a při jeho vyvíjení byla splněna některá přání uživatelů.

Tato příručka má tři části. První část Objevujeme - Kurs pro mírně pokročilé je určena novým uživatelům a jsou v ní uvedeny některé náměty vhodné pro střední školy. Ve druhé části Pokračujeme - Kurs pro pokročilé uvádíme náročnější tematiku vhodnou pro žáky s vyhraněným zájmem o matematiku. Třetí část Reference pak obsahuje podrobnou dokumentaci programu.

Jednotlivá témata prvních dvou částí jsou na sobě téměř nezávislá. Doporučujeme čtenářům, aby podrobně provedli popsané konstrukce a pak se pokusili řešit cvičení. Cvičení označená hvězdičkou (\*) jsou náročnější.

Novým uživatelům Cabri Geometrie doporučujeme, aby si nejprve přečetli úvodní kapitolu Začínáme - Úvodní lekce a seznámili se tak s uživatelským rozhraním a se způsoby ovládní myši. Praxe však ukázala, že pokrok jde velmi rychle a žáci dokážou při vyučování „dělat geometrii“ už za půl hodiny po spuštění programu.

Na naší internetové stránce [www.cabri.com](http://www.cabri.com) budeme uveřejňovat aktualizace programu a různé materiály včetně nových verzí této příručky. Najdete tam také odkazy na mnoho dalších internetových stránek a na literaturu věnovanou geometrii a Cabri Geometrii. (České čtenáře upozorníme na stránku [www.pf.jcu.cz/cabri](http://www.pf.jcu.cz/cabri).)

Pracovníci společnosti Cabrilog vám přejí mnoho příjemných zážitků při konstruování, zkoumání a objevování.

---

© 2003 CABRILOG S.A.S.

Cabri Geometry® is a trademark of CABRILOG S.A.S.

Napsal: Eric BAINVILLE

Přeložil a upravil: Antonín VRBA

Zpracováno: v září 2003 podle originálu ze 17. září 2002

# Obsah

Kapitola 1 ... Začínáme - Úvodní lekce

1. část ... Objevujeme - Kurs pro mírně pokročilé

Kapitola 2 ... Eulerova přímka

Kapitola 3 ... Pátrání po bodu

Kapitola 4 ... Varignonův čtyřúhelník

2. část ... Pokračujeme - Kurs pro pokročilé

Kapitola 5 ... Pedální trojúhelníky

Kapitola 6 ... Funkce

Kapitola 7 ... Dláždění I

Kapitola 8 ... Dláždění II

3. část ... Reference

Kapitola 9 ... Objekty a nástroje

Kapitola 10 .. Výzkumné nástroje

Kapitola 11 .. Atributy

Kapitola 12 .. Nastavení programu

Kapitola 13 .. Uživatelské rozhraní

Kapitola 14 .. Export a tisk

# Kapitola 1

## Začínáme - Úvodní lekce

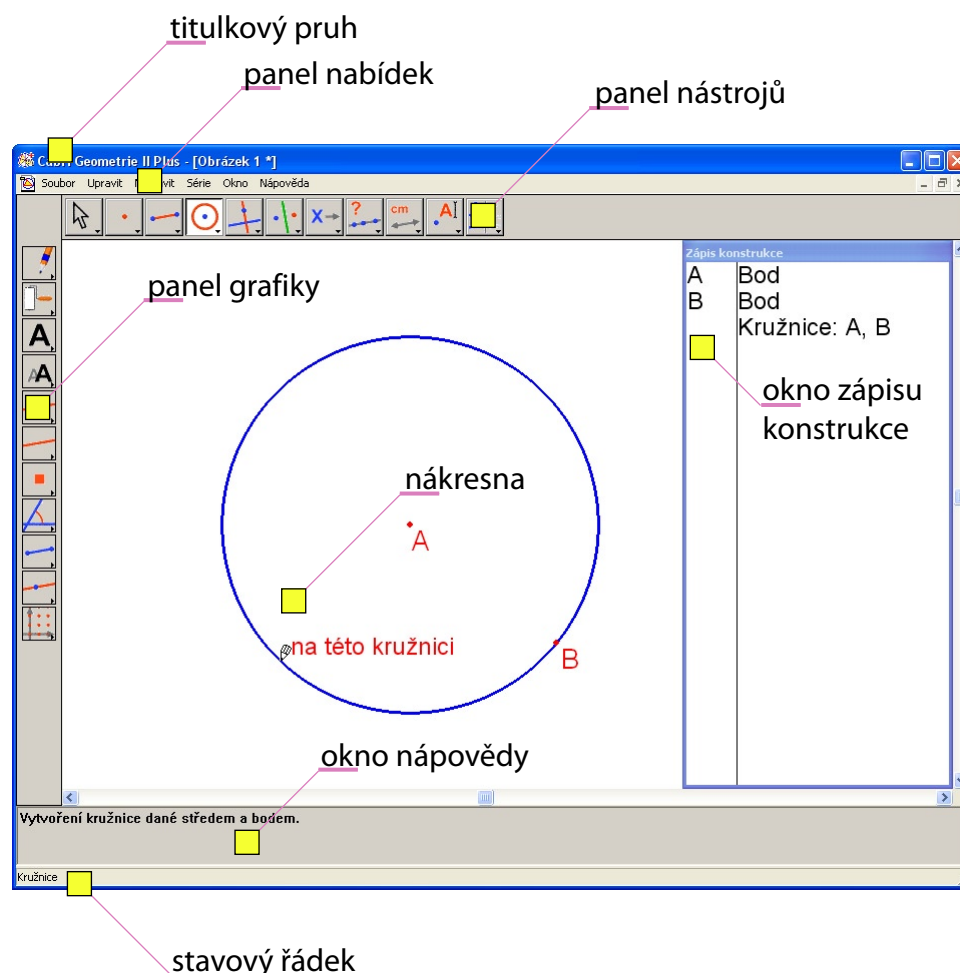
### 1.1 Charakteristika

Počítačový program Cabri Geometrie se uživateli co možná nejvíce přizpůsobuje v interakci mezi uživatelem a programem. Respektuje obvyklé standardy a přitom sleduje přirozený matematický přístup.

Dokument programu Cabri Geometrie je obrázek, který lze vytvářet kdekoli na virtuálním listu papíru rozměru  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ . Obrázek se skládá z obvyklých geometrických objektů (bodů, přímek, kružnic, ...) a z dalších objektů (čísel, textů, vzorců, ...).

V dokumentu mohou být také použity makrokonstrukce, což umožňuje uložit do paměti a pak reprodukovat složitější konstrukce a zvýšit tak efektivitu programu. V Cabri Geometrii lze současně otevřít více dokumentů.

## 1.2 Uživatelské rozhraní



OBRÁZEK 1.1 – Okno Cabri Geometrie a jeho struktura

Na obrázku 1.1 vidíme hlavní okno programu Cabri Geometrie a jeho strukturu. (Po spuštění programu nejsou hned od začátku zobrazeny panel grafiky, okno nápovědy ani okno zápisu konstrukce.)

V **titulkovém pruhu** se zobrazuje název souboru s obrázkem nebo Obrázek 1, Obrázek 2, ..., pokud nebyl obrázek ještě uložen.

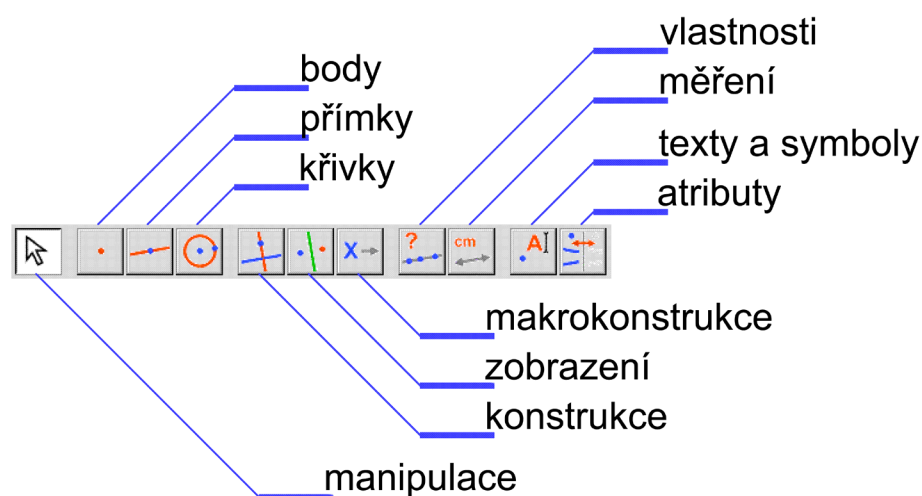
Z **panelu nabídek** si uživatel může vybírat příkazy obvyklé v počítačových programech.

V této příručce budeme příkaz Akce z nabídky Menu značit [Menu]Akce. Například [Soubor]Uložit jako... znamená příkaz Uložit jako... z nabídky Soubor.

Na **panelu nástrojů** jsou zobrazeny nástroje umožňující vytvářet a pozměňovat obrázek. Skládá se z několika sad nástrojů a jeden nástroj z každé

sady se zobrazuje jako ikona na panelu. Aktivní nástroj má podobu stisknutého tlačítka s bílým podkladem. Tlačítka s ikonami na ostatních sadách nástrojů nejsou stisknuta a mají šedý podklad. Klepnutím na tlačítko aktivujeme příslušný nástroj. Když na tlačítko nastavíme kurzor a přidržíme tlačítko myši, otevře se sada nástrojů a rozbalí se jejich nabídka. Z ní můžeme tahem myši aktivovat jiný nástroj, který pak bude zobrazen jako ikona na tlačítku této sady.

Konfiguraci nástrojů může uživatel modifikovat a případně i uzamknout pro použití ve výuce. (Viz 12. kapitolu Nastavení programu ve 3. části Reference této příručky.)



OBRÁZEK 1.2 – Základní rozmístění sad nástrojů na panelu nástrojů a jejich názvy

V této příručce budeme nástroj Nástroj ze sady Sada značit [Sada] Nástroj. Například [přímky]Polopřímka znamená nástroj Polopřímka ze sady přímky.

Ikony nástrojů lze zobrazit ve dvou velikostech. Velikost změníme tak, že nastavíme kurzor vpravo od posledního nástroje na panelu a klepneme pravým tlačítkem myši.

**Stavový řádek** na dolním okraji okna informuje, který nástroj je právě aktivní.

**Panel grafiky** umožňuje měnit vzhled různých objektů: barvu, tloušťku, velikost, ... Aktivujeme ho příkazem [Nastavit]Zobrazit panel grafiky a zavíráme příkazem [Nastavit]Skrýt panel grafiky. Ke stejnému účelu můžeme použít funkční klávesu F9.

V **okně nápovědy** se zobrazuje stručný návod k použití aktivního nástroje. Připomínají se zde objekty, které nástroj „očekává“, a které budou sestrojeny. Okno otevíráme a zavíráme příkazem [Nápověda]Nápověda ano / ne nebo klávesou F1.

**Okno zápisu konstrukce** obsahuje popis obrázku v textové formě. Je v něm seznam všech sestrojených objektů spolu s informací, jak byly sestrojeny. Otvíráme ho příkazem [Nastavit]Zobrazit zápis konstrukce a zavíráme příkazem [Nastavit]Skrýt zápis konstrukce. Přepínat můžeme i klávesou F10.

V **okně nákresny** je vidět jen její část. Právě zde se provádějí geometrické konstrukce.

### 1.3 Práce s myší

Většina funkcí programu se ovládá myší. Pomocí myši pohybuje kurzorem, a přitom tiskneme a povolujeme tlačítka. Neřekneme-li jinak, budeme mít na mysli hlavní tlačítka myši, což je zpravidla její levé tlačítka.

Krátkému stisknutí tlačítka (kliknutí) budeme říkat **klepnutí**.

Dvojnásobnému stisknutí tlačítka v rychlém sledu (dvojklik) budeme říkat **poklepání**.

Operaci, při níž stiskneme tlačítka, pak se stisknutým tlačítkem pohybneme myší a nakonec tlačítka povolíme, budeme říkat **tah** nebo **táhnutí**.






Když při akci s myší stiskneme některý z přepínačů Alt, Ctrl nebo Shift, může se její funkce změnit.







Při operacích myši v nákresně program informuje uživatele o předpokládaném výsledku akce třemi způsoby:

- tvarem kurzoru,
- zprávou zobrazenou u kurzoru,
- částečným zobrazením právě sestrojovaného objektu.

V závislosti na situaci se zpráva u kurzoru nebo část objektu nemusí zobrazit.

Kurzor může nabývat následujících forem:

-  Existující objekt lze označit, přesunout nebo použít v konstrukci.
-  Na existující objekt bylo právě klepnuto a byl tak označen nebo použit v konstrukci.
-  Pod kurzorem je několik objektů, které mohou vstoupit do akce. Po klepnutí se objeví nabídka, z níž si lze objekt vybrat.
-  Při přesunování objektu.
-  Kurzor je na prázdném místě nákresny. Tahem myši lze vytvořit obdélníkovou oblast a označit tak objekty, které v ní leží.

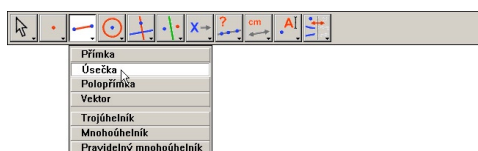
-  Indikuje režim posouvání viditelné části nákresny. Lze ho kdykoliv navodit přidržením klávesy `Ctrl`. V tomto režimu posouváme nákresnu přes okno.
-  Při posouvání nákresny.
-  Indikuje, že klepnutím vznikne v nákresně nezávislý, volně pohyblivý bod.
-  Indikuje, že klepnutím vznikne nový bod na existujícím objektu nebo v průsečíku dvou existujících objektů.
-  Indikuje, že klepnutím se objekt pod kurzorem vyplní zvolenou barvou.
-  Indikuje, že klepnutím se změní vzhled (např. barva, typ, tloušťka, ...) objektu pod kurzorem.

## 1.4 První konstrukce

Jako ilustraci k naší úvodní kapitole sestojíme čtverec, když je dána jedna z jeho úhlopříček.

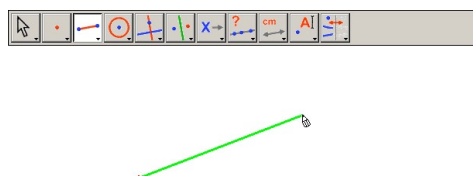
Po startu programu Cabri Geometrie se připraví nová prázdná virtuální nákresna a uživatel může hned začít konstruovat.

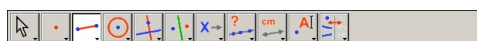
Nejprve vytvoříme úsečku, která bude úhlopříčkou hledaného čtverce. Nástroj **[přímky]Úsečka** aktivujeme tak, že nejprve klepneme na ikonu přímek a přidržíme tlačítko myši, čímž otevřeme sadu nástrojů. Kurzor pak umístíme na položku Úsečka a uvolníme tlačítko.




OBRÁZEK 1.3 – Výběr nástroje [přímky]Úsečka


OBRÁZEK 1.4 – Vytvoření prvního bodu. Zárodek úsečky se pohybuje s kurzorem, dokud není vytvořen druhý koncový bod.

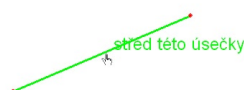
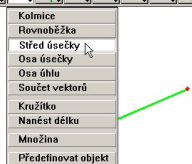




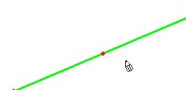
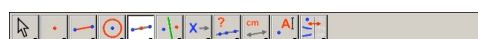
OBRÁZEK 1.5 – Po vytvoření druhého koncového bodu je úsečka hotova. Nástroj [přímky]Úsečka zůstává aktivní a umožňuje tak uživateli, aby vytvářel další úsečky.

Kurzor přesuneme na náčrtnu: nabude formu . Klepnutím vytvoříme jeden krajní bod. Pokračujeme přesunutím kurzoru po náčrtně. První bod je stále spojen s kurzorem a spojnice ukazuje, kde bude úsečka vytvořena. I druhý krajní bod vytvoříme klepnutím. Na obrázku jsou teď dva body a úsečka.

Ke konstrukci čtverce potřebujeme nejprve kružnici nad touto úsečkou jako průměrem. Střed kružnice bude středem úsečky. Ke konstrukci středu aktivujeme nástroj [konstrukce]Střed úsečky a kurzor přesuneme na úsečku. U kurzoru se vypíše zpráva střed této úsečky a kurzor se změní na . Střed se na úsečce objeví, jakmile na ni klepneme.




OBRÁZEK 1.6 – Konstrukce středu úsečky

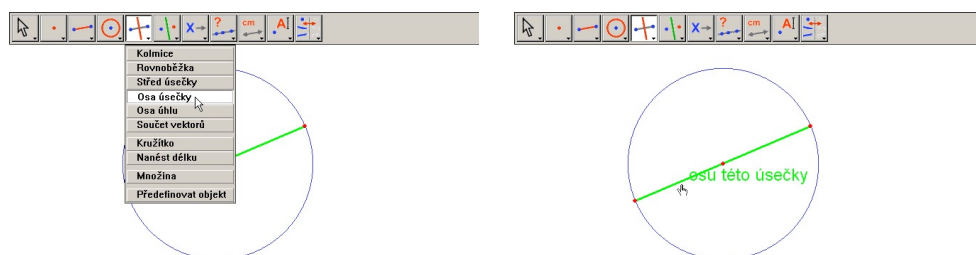


Pak aktivujeme nástroj [křivky]Kružnice a kurzor přemístíme k právě sestavenému středu. Zobrazí se text s tímto středem. Nástroj [křivky]Kružnice teď očekává bod pro střed kružnice, klepneme tedy na střed úsečky. Když pak pohybujeme kurzorem, zobrazuje se kružnice, přesuneme ho k jednomu z koncových bodů naší úsečky. Vypíše se text a tímto bodem, klepneme na bod je hotova kružnice, která jím prochází.

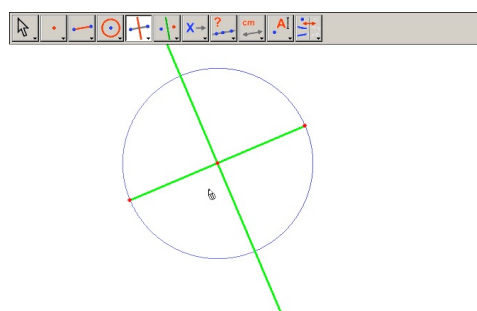


OBRÁZEK 1.7 – Konstrukce kružnice nad danou úsečkou jako průměrem

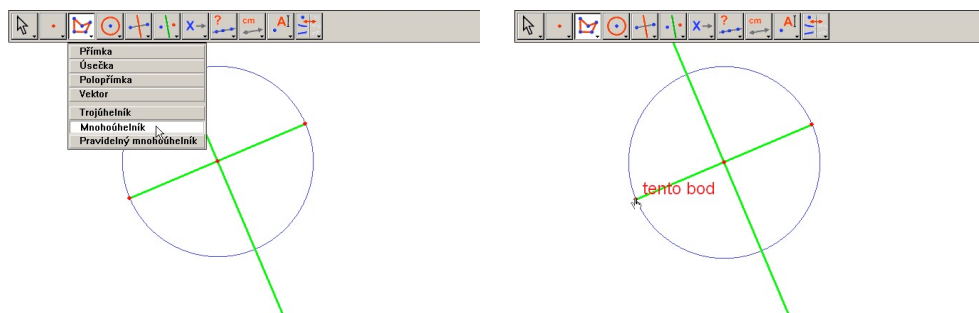
Vyměníme nástroj za [manipulace]Ukazovátka a budeme obrázek proměňovat. V obrázku jsou pohyblivé jen dva koncové body úsečky. Když přesuneme kurzor na jeden z nich, kurzor se změní na  a vypíše se text tento bod. Bod lze pak táhnout po nákrasně a celý obrázek se přitom automaticky aktualizuje: úsečka se překresluje a střed i kružnice ji následují.



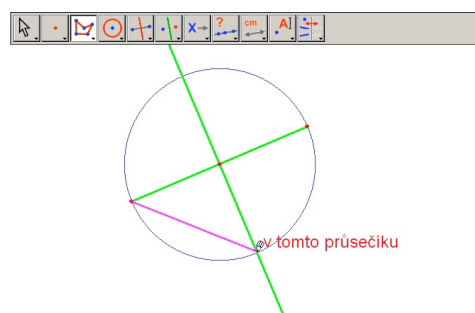
OBRÁZEK 1.8 – Konstrukce osy úsečky určující druhou úhlopříčku čtverce



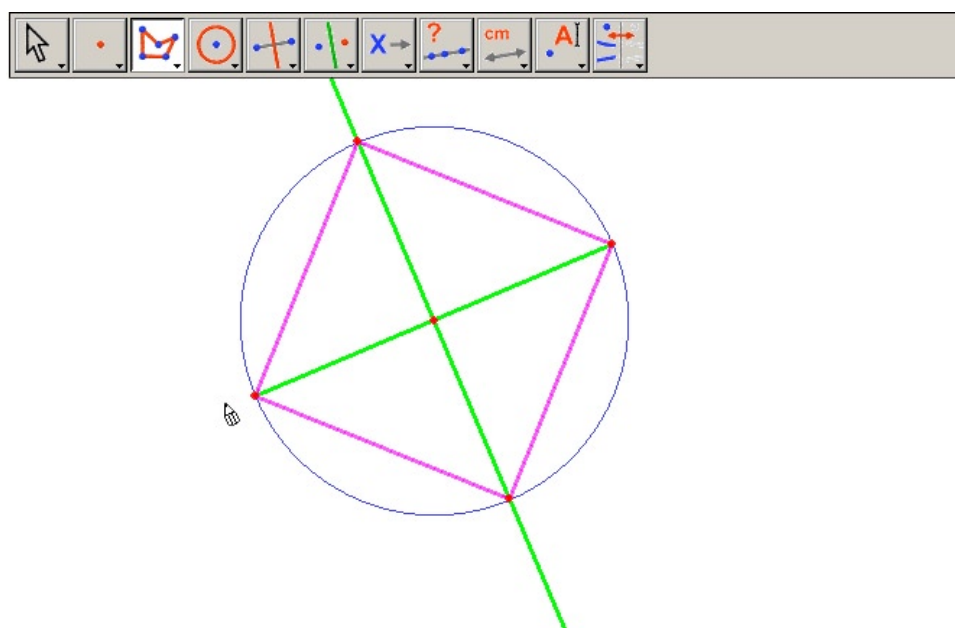
K tomu, abychom sestrojili náš čtverec, už stačí jen doplnit jeho druhou úhlopříčku, která je průměrem kružnice kolmým k dané úsečce. Sestrojíme osu naší úsečky. Aktivujeme nástroj [konstrukce]Osa úsečky, klepneme na úsečku a osa je sestrojena. Čtverec dokončíme nástrojem [přímky]Mnohoúhelník. Ten očekává body určující vrcholy. Mnohoúhelník ukončíme tak, že znovu klepneme na první vrchol nebo poklepeme na poslední vrchol. Dva průsečíky kružnice s osou jsme však ve skutečnosti nesestrojili. Program je však nabízí k použití.



OBRÁZEK 1.9 – Konstrukce čtverce s použitím implicitních průsečíků kružnice s osou



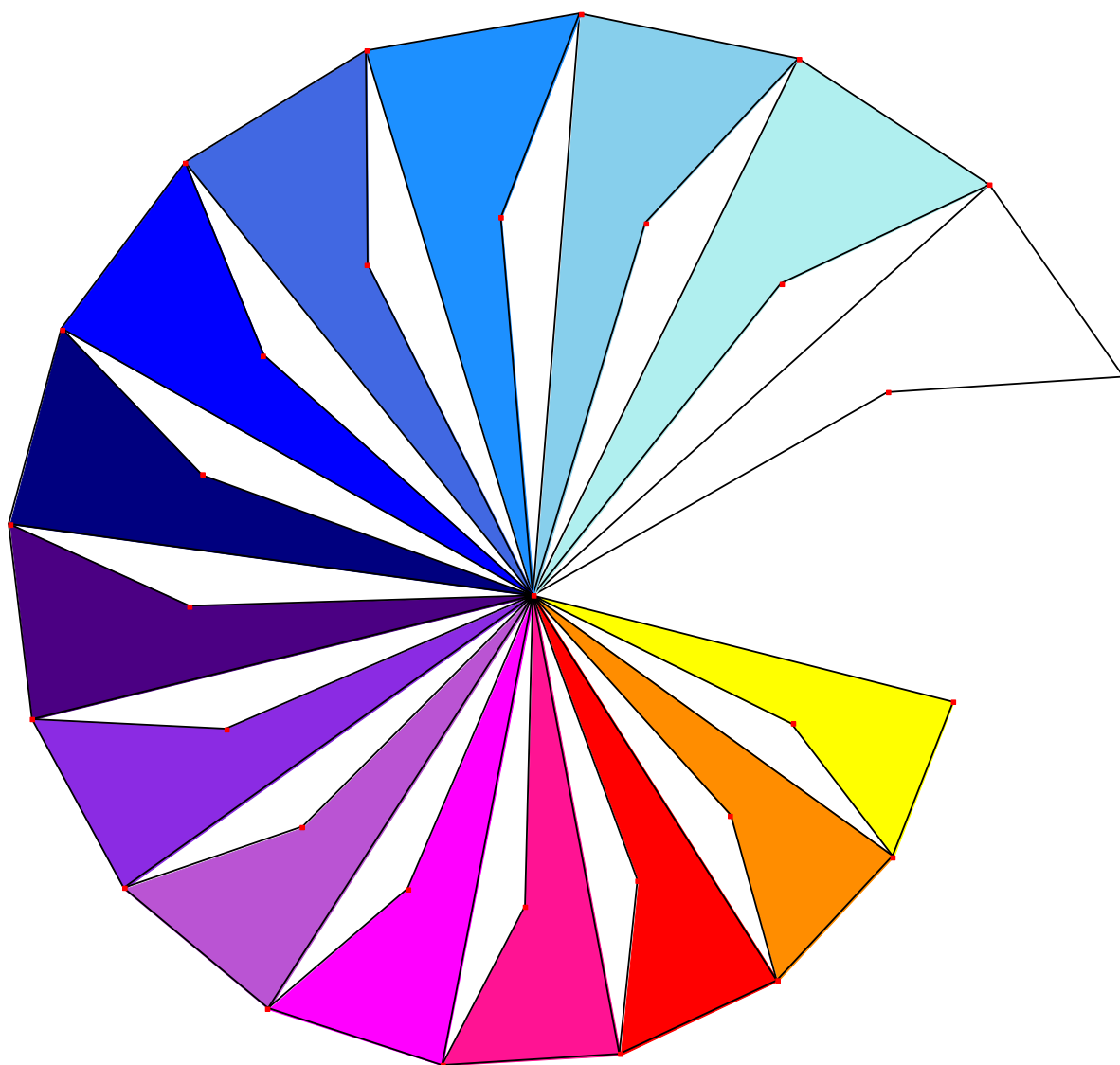
Podrobněji: klepneme na jeden krajní bod úsečky (ohlásí se jako tento bod) jako na první vrchol mnohoúhelníka, pak přesuneme kurzor na jeden z průsečíků kružnice a osy. Vypíše se tento průsečík, což signalizuje, že klepnutí sestrojí průsečík a určí ho jako další vrchol mnohoúhelníka. Klepneme tedy a pokračujeme klepnutím na druhý koncový bod úsečky, na druhý průsečík kružnice s osou a nakonec na počáteční vrchol. Objeví se čtverec.



OBRÁZEK 1.10 – Vaše první konstrukce v Cabri Geometrii!

1. část

## Objevujeme – Kurs pro mírně pokročilé



# Kapitola 2

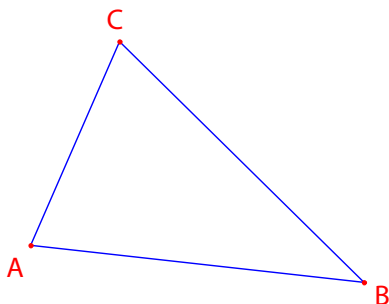
## Eulerova přímka

Sestrojíme obecný trojúhelník  $ABC$ , pak jeho tři *těžnice*. To jsou přímky spojující vrchol se středem protější strany. Dále sestrojíme *výšky* tohoto trojúhelníka - přímky procházející vrcholy kolmo k protějším stranám. Nakonec sestrojíme *osy stran* trojúhelníka - kolmice ke stranám procházející středy stran.

Jak známo, trojice výšek, trojice těžnic i trojice os stran se protínají ve společném bodě a tyto tři průsečíky leží v přímce. Říká se jí *Eulerova<sup>1</sup> přímka* trojúhelníka.

K sestrojení trojúhelníka použijeme nástroj **[přímky]Trojúhelník**. Jak se zachází s panelem nástrojů, najdete v kapitole Začínáme – První lekce.

Aktivujeme nástroj **[přímky]Trojúhelník** a vytvoříme na nákresně tři nové body klepnutím na volné místo. Tyto body lze bezprostředně po jejich vytvoření průběžně pojmenovávat prostě tak, že na klávesnici napíšeme jejich název. Když pak máme trojúhelník sestrojen, můžeme s názvy pohybovat kolem vrcholů a umístit je třeba vně trojúhelníka.



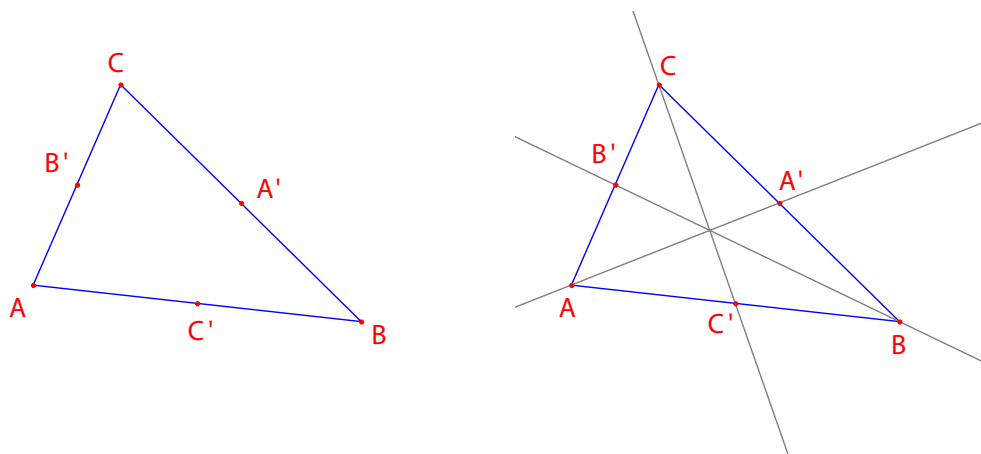
OBRÁZEK 2.1 – *Trojúhelník ABC je sestrojen pomocí nástroje **[přímky]Trojúhelník**. Vrcholy jsou průběžně pojmenovány tak, že se při jejich vytváření píše názvy na klávesnici.*

Když chceme pohybovat názvem objektu, musí být aktivní nástroj **[manipulace]Ukazovátko**. Název přesuneme tak, že na něj umístíme kurzor a pak ho se stisknutým tlačítkem myši přetáhneme na požadované místo. Ke změně názvu objektu aktivujeme nástroj **[texty a symboly]Názvy**, pak klepneme na název a objeví se editační okénko.

---

<sup>1</sup>Leonhard EULER, 1707-1783

Středů se konstruuje nástrojem [konstrukce]Střed úsečky. Střed strany  $AB$  sestrojíme tak, že postupně klepneme na  $A$  a  $B$ . Střed úsečky lze sestrojiti i tak, že klepneme přímo na úsečku. Nový bod můžeme průběžně pojmenovat, třeba  $C'$ . Středů ostatních stran sestrojíme stejným způsobem:  $A'$  na  $BC$  a  $B'$  na  $CA$ .

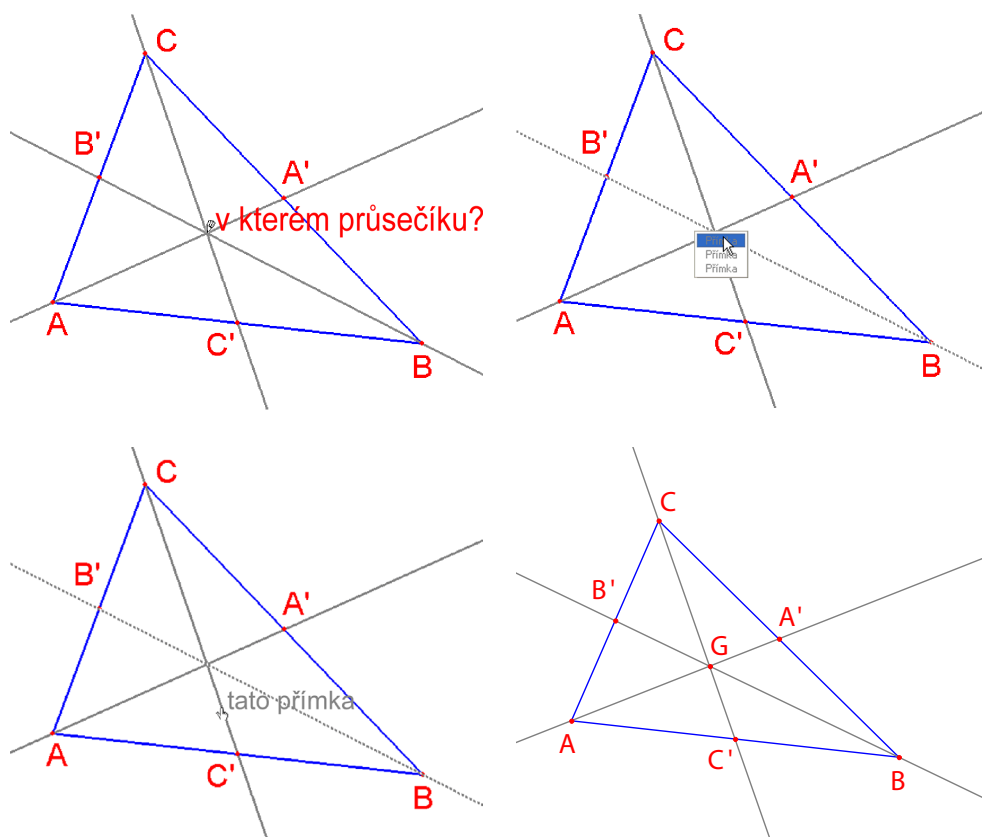


OBRÁZEK 2.2 – [vlevo] Středů jsou sestrojeny nástrojem [konstrukce]Střed úsečky, jehož argumenty jsou dva body, úsečka nebo strana mnohoúhelníka. [vpravo] Těžnice jsou sestrojeny nástrojem [přímky]Přímka a jejich barva byla změněna nástrojem [atributy]Barva čáry.

Nástroj [manipulace]Ukazovátko umožňuje volně pohybovat nezávislými, pohyblivými objekty konstrukce. V našem případě jsou tři body  $A$ ,  $B$  a  $C$  nezávislé, pohyblivé objekty. Celá konstrukce se automaticky aktualizuje, jakmile některým z nich pohneme. Můžeme tak zkoumat konstrukci v rozmanitých konfiguracích. Které objekty v obrázku jsou pohyblivé, zjistíme tak, že aktivujeme nástroj [manipulace]Ukazovátko, pak klepneme na volné místo na nákresně a přidržíme tlačítko myši. Po krátké chvíli se pohyblivé objekty projeví způsobem připomínajícím hemžící se mravence.

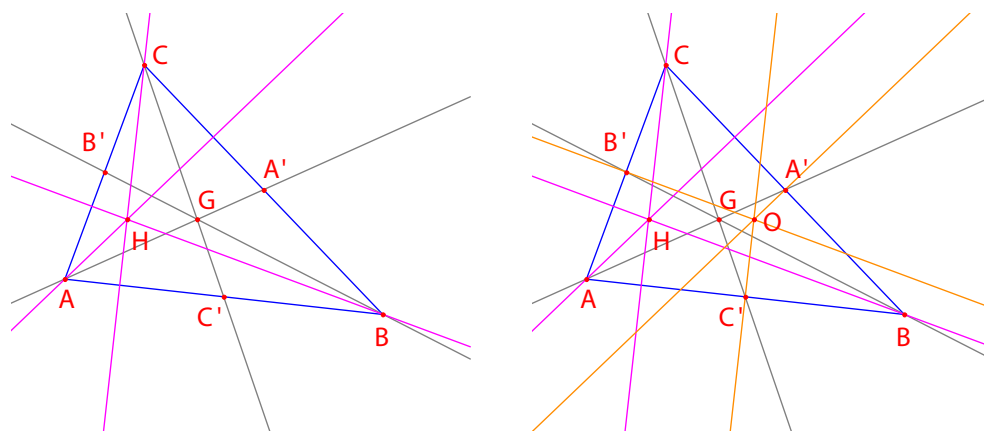
Nástroj [přímky]Přímka umožňuje sestrojiti tři těžnice. Přímku  $AA'$  sestrojíme tak, že postupně klepneme na body  $A$  a  $A'$ . Nástroj [atributy]Barva čáry použijeme ke změně barvy. Z palety si vybereme barvu tak, že na ni klepneme, a pak klepneme na objekt, který barvíme.

Aktivujme nástroj [body]Bod a přesuňme kurzor k průsečíku těžnic. Program chce vytvořit průsečík dvou přímek, ale protože to není jednoznačné (je tu na vybranou ze tří protínajících se přímek), objeví se nabídka, umožňující uživateli určit, které dvě přímky budou použity ke konstrukci průsečíku. Když kurzorem procházíme položkami nabídky, příslušné přímky se v obrázku zvýrazňují. Průsečík těžnic nazveme  $G$ .



OBRÁZEK 2.3 – Konstrukce průsečíku těžnic a řešení nejednoznačnosti určení

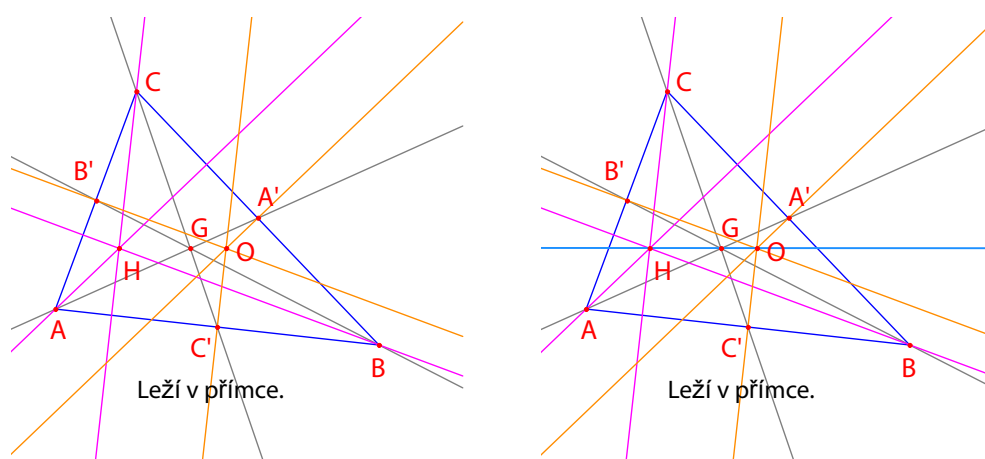
K sestrojení výšek trojúhelníka použijeme nástroj [konstrukce]Kolmice. Tento nástroj vytváří přímkou, která je kolmá k danému směru a prochází daným bodem. K tomu stačí klepnout na bod a buď na přímkou, nebo na úsečku, polopřímku, ... Na pořadí tu nezáleží. Pro výšku z vrcholu  $A$  tedy klepneme na bod  $A$  a na stranu  $BC$ . Podobně sestrojíme výšky z vrcholů  $B$  a  $C$ . Stejně jako u těžnic si vybereme pro výšky barvu a sestrojíme jejich průsečík  $H$ .



OBRÁZEK 2.4 – [vlevo] Výšky jsou sestrojeny nástrojem [konstrukce]Kolmice. [vpravo] Kolmice jsou sestrojeny nástrojem [konstrukce]Osa úsečky.

Ke konstrukci osy úsečky se používá nástroj [konstrukce]Osa úsečky. Stačí klepnout na úsečku nebo na její dva koncové body. Průsečík tří os stran pojmenujme  $O$ .

Nástroj [vlastnosti]V přímce? nám umožní zjistit, leží-li tři body  $O$ ,  $H$  a  $G$  v přímce. Postupně na ně klepneme, pak klepneme někde do náčrtu a zobrazí se odpověď. Je to věta, která říká, že body leží, nebo že neleží v přímce. Když se nezávislé body v obrázku pohybují, mění se i tento text podle toho, jak se mění ostatní části obrázku.



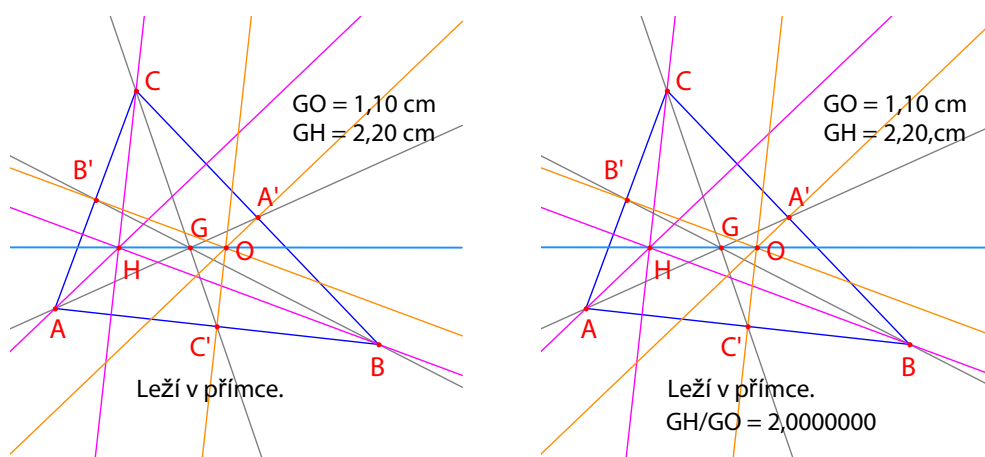
OBRÁZEK 2.5 – [vlevo] Test, zda tři body  $O$ ,  $H$  a  $G$  leží v přímce. Nástroj [vlastnosti]V přímce? vypíše hlášení *Leží v přímce* nebo *Neleží v přímce*.

[vpravo] Eulerova přímka trojúhelníka je zobrazena výrazněji zesílením tloušťky, kterou lze měnit nástrojem [atributy]Tloušťka čáry.

Výsledek se vztahuje jen ke konkrétní situaci, bez ohledu na vlastnosti objektů v obrázku.

Eulerovu přímku trojúhelníka procházející třemi body  $O$ ,  $H$  a  $G$  sestrojíme nástrojem [přímky]Přímka tak, že klepneme např. na  $O$  a  $H$ . Nástrojem [atributy]Tloušťka čáry tuto přímku zvýrazníme.

Když měníme tvar trojúhelníka změnou vzájemné polohy vrcholů, je zřejmé, že bod  $G$  vždy leží mezi body  $O$  a  $H$  a že se nemění jeho poloha na úsečce. Ověříme to tak, že změříme délky úseček  $GO$  a  $GH$ . Aktivujeme nástroj [měření]Vzdálenost a délka. Tento nástroj měří vzdálenost dvou bodů nebo délku úsečky podle toho, který objekt si vybereme. Klepneme na  $G$  a pak na  $O$ , vypíše se vzdálenost bodů  $G$  a  $O$  měřená v *cm*. Totéž uděláme i pro  $G$  a  $H$ . Když jsme provedli měření, můžeme vypsanou informaci upravit třeba tak, že před číslo přepíšeme  $GO =$  .



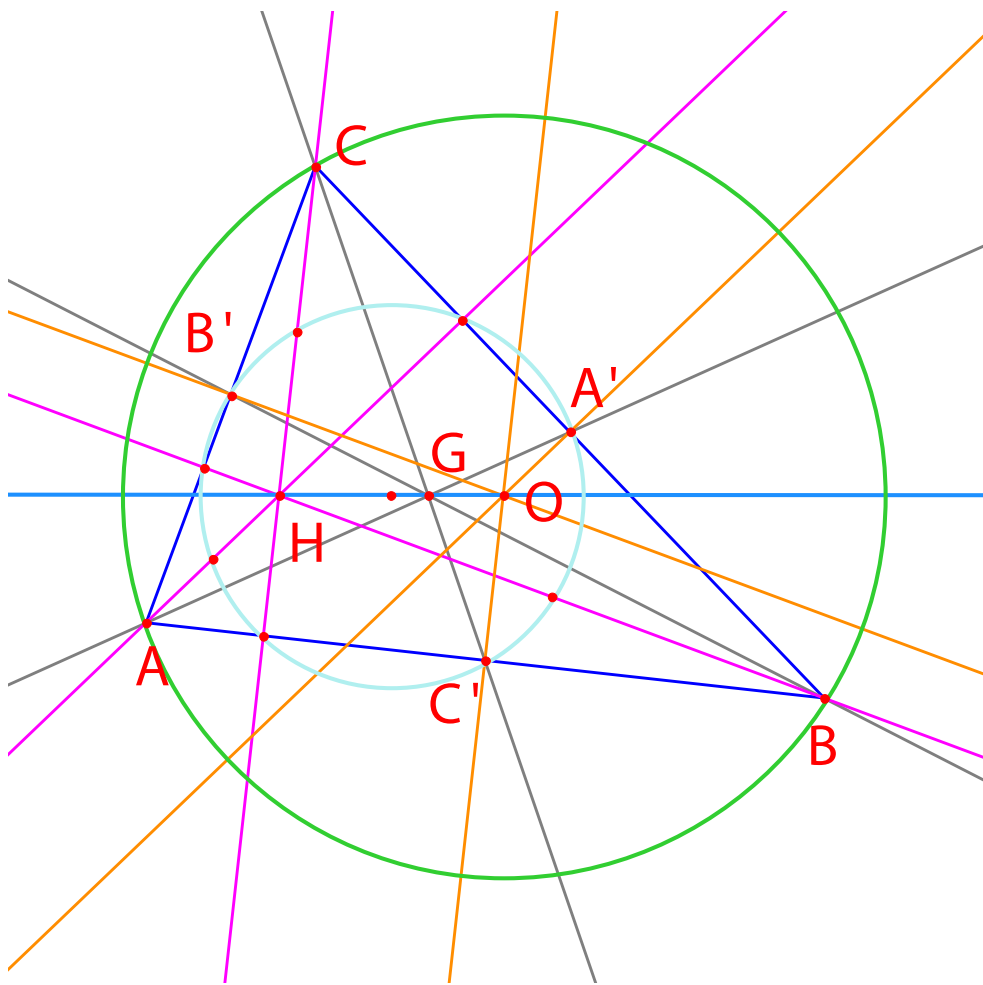
OBRÁZEK 2.6 – [vlevo] K určení délek úseček  $GO$  a  $GH$  byl užit nástroj [měření]Vzdálenost a délka.

[vpravo] Pomocí kalkulačky – [měření]Výpočty – byl zobrazen poměr  $GH/GO$  a ukázalo se, že je vždy roven 2.

Když měníme původní trojúhelník, vidíme, že úsečka  $GH$  je vždy dvakrát delší než  $GO$ . Abychom to potvrdili, vypočteme poměr  $GH/GO$ . Užijeme k tomu nástroj [měření]Výpočty. Klepneme na vypsanou vzdálenost  $GH$ , pak na operátor  $:$  a nakonec na vzdálenost  $GO$ . Výsledek dostaneme klepnutím na tlačítko  $=$  a můžeme ho vytáhnout a umístit na nákresnu. Klepneme-li na číslo ([manipulace]Ukazovátko), můžeme zvětšovat nebo zmenšovat počet jeho zobrazených číslic klávesami  $+$  nebo  $-$  na číselné klávesnici. Poměr tak můžeme zobrazit na mnoho desetinných míst a přesvědčit se, že se nikdy neliší od 2.

CVIČENÍ 1 - Doplňte do obrázku opsanou kružnici, která má střed  $O$  a prochází vrcholy  $A$ ,  $B$  a  $C$ . Použijte nástroj [křivky]Kružnice.

CVIČENÍ 2 - Dále sestrojte kružnici devíti bodů tohoto trojúhelníka. Je to kružnice, jejíž střed leží ve středu úsečky  $OH$  a která prochází středy  $A'$ ,  $B'$  a  $C'$  stran, patami výšek a středy úseček  $HA$ ,  $HB$  a  $HC$ .



OBRÁZEK 2.7 – Kompletní obrázek s opsanou kružnicí a s kružnicí devíti bodů

# Kapitola 3

## Pátrání po bodu

V této kapitole si ukážeme možnosti experimentování s programem. Vyjdeme od tří daných bodů  $A, B, C$  a budeme hledat takový bod  $M$ , pro který platí:

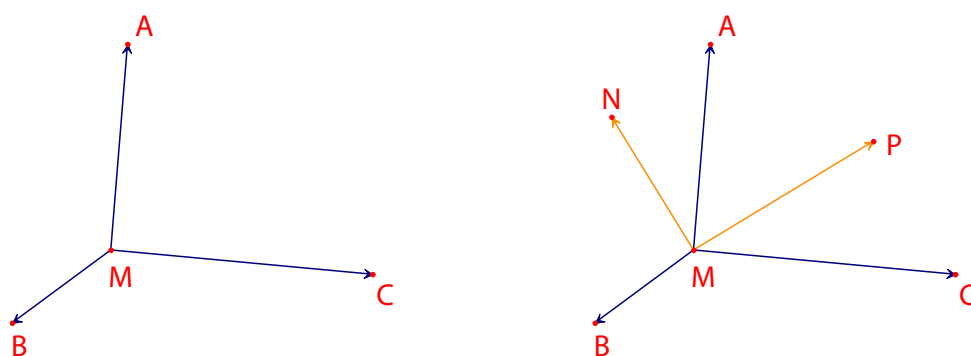
$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$$

Ještě před tím vytvoříme čtyři libovolné body pomocí nástroje **[body]** **Bod** a pojmenujeme je  $A, B, C$ , a  $M$  průběžně, tj. vepsáním příslušného názvu bezprostředně po vytvoření každého bodu.

Cabri Geometrie umožňuje pracovat s vektory. Vektor je znázorněn úsečkou se šipkou.

Vektor  $\vec{MA}$  sestojíme pomocí nástroje **[přímky]** **Vektor** tak, že klepneme nejprve na  $M$  a pak na  $A$ . Úsečka znázorňující tento vektor bude mít počátek v  $M$ . Totéž provedeme i pro  $\vec{MB}$  a  $\vec{MC}$ .

Dále sestojíme vektor  $\vec{MA} + \vec{MB}$  pomocí nástroje **[konstrukce]** **Součet vektorů**. Nejprve klepneme na tyto dva vektory a pak na počáteční bod součtu, což v našem případě bude  $M$ . Konečný bod tohoto vektoru pojmenujeme  $N$ . Konečně sestojíme stejným způsobem součet všech tří vektorů s počátkem  $M$  tak, že sečteme  $\vec{MN}$  (což je  $\vec{MA} + \vec{MB}$ ) a  $\vec{MC}$ . Konečný bod tohoto vektoru nazveme  $P$ .



OBRÁZEK 3.1 - [vlevo] Ze tří bodů  $A, B, C$ , a dalšího bodu  $M$  jsou vytvořeny vektory  $\vec{MA}$ ,  $\vec{MB}$  a  $\vec{MC}$ .

[vpravo] Vektory  $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{MB}$  a  $\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$  jsou sestrojeny nástrojem **[konstrukce]** **Součet vektorů**.

Přistoupíme nyní k řešení našeho problému graficky. Aktivujme nástroj [manipulace]Ukazovátko a pohybujme bodem  $M$ . Součet tří vektorů se přitom neustále aktualizuje.

Vidíme, že velikost a směr vektoru  $\vec{MP}$  závisí na poloze bodu  $M$  vzhledem k bodům  $A, B$  a  $C$ . Můžeme tak vyslovit (mimo jiné) tyto domněnky:

- Existuje jediná poloha bodu  $M$ , při které je součet tří vektorů nulový: problém má jediné řešení. Bod, který je řešením, leží uvnitř trojúhelníka  $ABC$ .
- Čtyřúhelník  $MANB$  je rovnoběžník.
- Čtyřúhelník  $MCPN$  je rovnoběžník.
- Při nulovém součtu musejí být vektory  $\vec{MN}$  a  $\vec{MC}$  kolineární a nadto musejí mít stejnou velikost a opačný smysl, jinými slovy musejí to být stejně velké a opačné vektory.
- Všechny vektory  $\vec{MP}$  procházejí týmž bodem a tento bod je řešením problému.
- Poloha bodu  $P$  závisí na poloze bodu  $M$ . Můžeme tedy definovat zobrazení, které bodu  $M$  přiřazuje bod  $P$ , a řešením problému je pak invariantní bod tohoto zobrazení.

Na základě těchto pozorování lze k problému přistupovat z různých stran. Při výuce se mohou žáci sami rozhodnout, kterou cestou se dají, podle toho, co pozorovali a jaké poznatky získali. Některé výzkumy mohou trvat podstatně déle než jiné. Tak např. studium zobrazení (poslední z uvedených bodů) je dosti delikátní záležitost.

Dejme tomu, že jsme např. vypožorovali, že vektory  $\vec{MN}$  a  $\vec{MC}$  musejí mít opačný směr. Pak vzniká další otázka: pro které polohy bodu  $M$  jsou tyto dva vektory kolineární? Pohybujme bodem  $M$  tak, aby vektory byly kolineární. Zjistíme, že takové body  $M$  musí ležet na přímce a že tato přímka prochází bodem  $C$  a středem úsečky  $AB$ . Tato přímka je tedy těžnicí trojúhelníka  $ABC$  z vrcholu  $C$ . Protože bod  $M$  závisí na bodech  $A$  a  $B$  stejně jako na  $C$ , vidíme, že bod  $M$  musí ležet i na dalších dvou těžnicích a hledaný bod je tedy těžiště.

Další aktivity studentů mohou směřovat ke konstrukci bodu, který je řešením problému, a k důkazu domněnky, která vyplynula z pozorování.

Názorná přesvědčivost dynamické konstrukce je mnohem silnější než u statického obrázku na papíru. K ověření domněnky ve velmi mnoha případech stačí manipulovat obrázkem. Domněnka, která zůstává v platnosti, když se obrázek mění, bývá ve velké většině pravdivá. Největšího efektu při výuce dosáhneme, když budeme se studenty diskutovat (mimo jiné) i tyto otázky:

- Je dynamická konstrukce, která je vizuálně přesvědčivá, zcela přesvědčivá?
- Je přesvědčivá dynamická konstrukce odpovědí na otázku?
- Jaké matematické argumenty lze považovat za důkaz?
- Co schází dynamické konstrukci k tomu, aby byla důkazem?
- Musí být důkaz podložen kreslením obrázků?

CVIČENÍ 3 - Rozšířte problém na čtyři body a hledejte takové body  $M$ , pro které je:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{0}$$

CVIČENÍ\* 4 - Sepište všechny „výzkumné směry“ a důkazy k původnímu problému (tří bodů), které jsou dostupné studentům určité úrovně.

CVIČENÍ\* 5 - Vyšetřete a sestrojte body  $M$ , které minimalizují součet vzdáleností ke třem daným bodům:  $MA + MB + MC$ . Řešením je tzv. Fermatův<sup>1</sup> bod trojúhelníka  $ABC$ .

---

<sup>1</sup>Pierre Simon de FERMAT, 1601-1665

# Kapitola 4

## Varignonův čtyřúhelník

V této kapitole si ukážeme několik konstrukcí založených na Varignonově<sup>1</sup> větě.

Nejprve sestrojíme libovolný čtyřúhelník  $ABCD$ . Aktivujeme nástroj [přímky]Mnohoúhelník, postupně klepneme na čtyři body a průběžně je pojmenujeme  $A, B, C, D$ . Mnohoúhelník uzavřeme tak, že po vytvoření bodu  $D$  klepneme znovu na bod  $A$ .

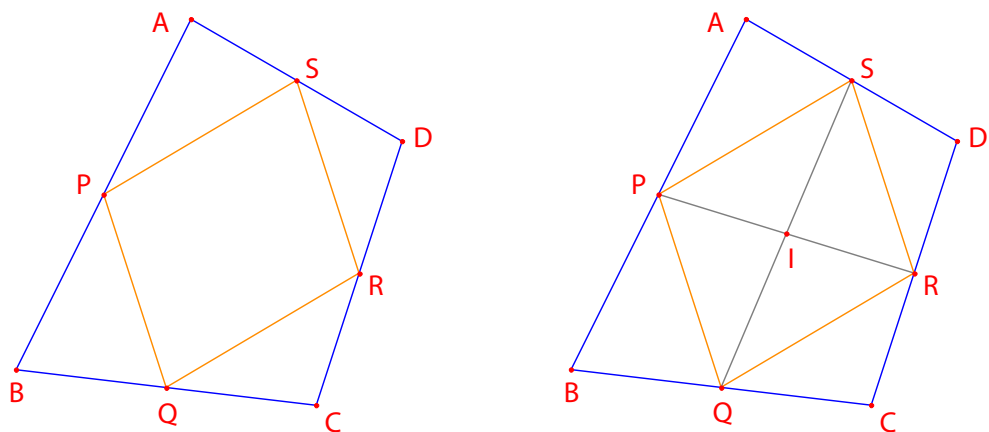
Sestrojíme dále středy  $P$  strany  $AB$ ,  $Q$  strany  $BC$ ,  $R$  strany  $CD$  a  $S$  strany  $DA$  nástrojem [konstrukce]Střed úsečky. Tento nástroj očekává, že pro konstrukci středu úsečky  $AB$  uživatel klepne na bod  $A$  a pak na bod  $B$ . Stejný účinek má klepnutí na úsečku  $AB$ , pokud již existuje: buď na úsečku nebo na stranu mnohoúhelníka, což je náš případ.

Nakonec sestrojíme čtyřúhelník  $PQRS$  s využitím nástroje [přímky]Mnohoúhelník.

Když obrázek měníme pomocí nástroje [manipulace]Ukazovátko, zjistíme, že čtyřúhelník  $PQRS$  stále vypadá jako rovnoběžník. Necháme nyní program určit, zda přímky  $PQ$  a  $RS$  jsou rovnoběžné, nebo nejsou, a pak podobně pro přímky  $PS$  a  $QR$ . Použijeme nástroj [vlastnosti]Rovnoběžně?, klepneme na strany  $PQ$  a  $RS$  a vypíše se hlášení, které potvrdí, že strany jsou skutečně rovnoběžné. Měli bychom si však uvědomit, že test je na numerickém základě a u velmi složitých obrázků se může stát, že dá nesprávný výsledek. Stejným způsobem ověříme, že i strany  $PS$  a  $QR$  jsou rovnoběžné.

---

<sup>1</sup>Pierre VARIGNON, 1654-1722

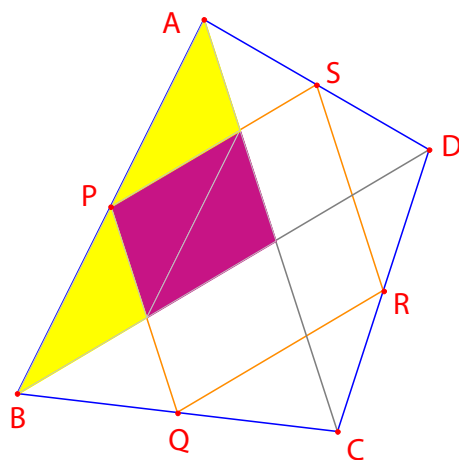


OBRÁZEK 4.1 – [vlevo] Vyšlo se od libovolného čtyřúhelníka  $ABCD$ . Čtyřúhelník  $PQRS$  má vrcholy ve středech jeho stran.

[vpravo] Konstrukce úhlopříček čtyřúhelníka  $PQRS$  a demonstrace, že se navzájem půlí.

Dále sestrojíme úhlopříčky  $PR$  a  $QS$  pomocí nástroje [přímky]Úsečka a jejich průsečík  $I$  nástrojem [body]Bod. Několika způsoby můžeme demonstrovat, že bod  $I$  je střed obou úhlopříček  $PR$  a  $QS$ , a že čtyřúhelník  $PQRS$  je tedy rovnoběžník. Například pomocí těžišť: Bod  $P$  můžeme považovat za těžiště dvou hmotných bodů  $A, B$  se stejnými hmotnostmi  $\{(A,1),(B,1)\}$ . Podobně bod  $R$  je těžiště hmotných bodů  $C, D$  s tímiž hmotnostmi  $\{(C,1),(D,1)\}$ . Střed úsečky  $PR$  je pak těžiště soustavy  $\{(A,1),(B,1),(C,1),(D,1)\}$ . Totéž platí i o středu úsečky  $QS$ . Oba středy tedy splývají v průsečíku  $I$ .

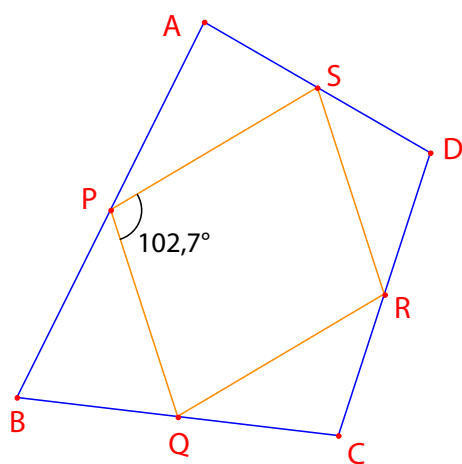
**Varignonova věta.** Čtyřúhelník  $PQRS$ , jehož vrcholy jsou středy stran libovolného čtyřúhelníka  $ABCD$ , je rovnoběžník. Jeho obsah je polovinou obsahu čtyřúhelníka  $ABCD$ .



OBRÁZEK 4.2 – Konstrukce potvrzující druhou část věty

CVIČENÍ 6 - První část věty jsme již demonstrovali. Teď ukažte, že platí i druhá část týkající se obsahu čtyřúhelníka  $ABCD$ . Návod: Postupujte podle konstrukce na obrázku.

Body  $A$ ,  $B$  a  $C$  ponechme na místě a pohybujme bodem  $D$  tak, aby čtyřúhelník  $PQRS$  byl pravouhelník. Protože už víme, že čtyřúhelník  $PQRS$  je rovnoběžník, stačí ukázat, že jeden jeho úhel je pravý. Změříme tedy úhel u vrcholu  $P$  nástrojem [měření]Úhel. Tento nástroj očekává, že uživatel klepne na tři body, z nichž druhý bude vrchol úhlu a první a třetí budou ležet na jeho ramenech. V našem případě můžeme třeba klepnout na body  $S$ ,  $P$  (vrchol úhlu) a  $Q$ .



OBRÁZEK 4.3 – Měření velikosti úhlu při vrcholu  $P$  rovnoběžníka  $PQRS$

Nástrojem [měření]Úhel lze také změřit velikost úhlu klepnutím na oblouček, kterým byl předtím úhel vyznačen pomocí nástroje [texty a symboly]Vyznačit úhel. Tento nástroj také očekával tři body, ve stejném pořadí jako [měření]Úhel.

Když pohybujeme bodem  $D$  tak, aby čtyřúhelník  $PQRS$  byl pravouhelník, zjistíme, že tyto body leží v přímce.

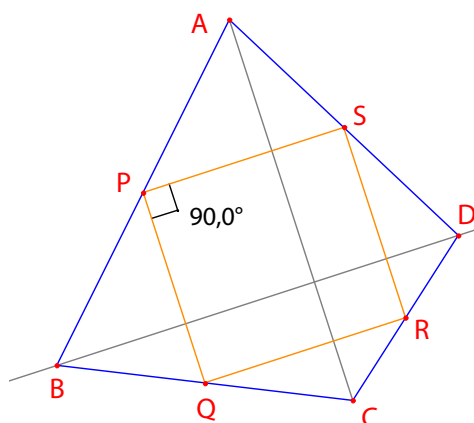
Když totiž sestrojíme úhlopříčky  $AC$  a  $BD$  čtyřúhelníka  $ABCD$ , vidíme, že strany čtyřúhelníka  $PQRS$  jsou s nimi rovnoběžné, takže čtyřúhelník  $PQRS$  je pravouhelník, právě když jsou přímky  $AC$  a  $BD$  k sobě kolmé.

Abychom se ujistili, že čtyřúhelník  $PQRS$  je vždy pravouhelník, budeme muset předefinovat roli bodu  $D$ . Nástrojem  $AC$  [přímky]Přímka vytvoříme přímku  $AC$  tak, že klepneme na  $A$  a na  $C$ , pak vedeme k přímce  $AC$  bodem  $B$  kolmici pomocí nástroje [konstrukce]Kolmice tak, že klepneme na bod  $B$  a na přímku  $AC$ .

Bod  $D$  je zatím nezávislý, volně pohyblivý bod v obrázku. Změníme to tak, že se stane bodem, jehož pohyb bude omezen na kolmici, kterou jsme vedli k přímce  $AC$  bodem  $B$ . Aktivujeme nástroj [konstrukce]Předefino-

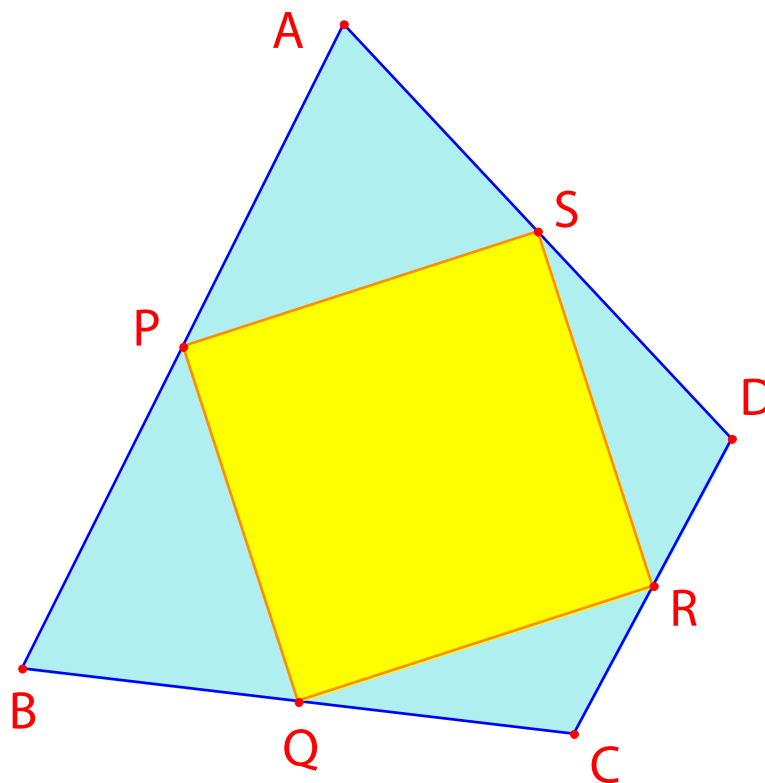
vat objekt a klepneme na bod  $D$ . Objeví se nabídka různých možností pro předefinování bodu  $D$ . Vybereme **Bod** na objektu a pak klepneme na libovolný bod kolmice. Bod  $D$  se přemístí do tohoto bodu a od této chvíle bude vázán na tuto přímku.

Předefinování je silný výzkumný nástroj, který umožňuje uživateli zvětšovat nebo zmenšovat stupeň volnosti objektů v obrázku, aniž by ho musel provést znovu od začátku.



OBRÁZEK 4.4 – Bod  $D$  je nyní předefinován tak, aby čtyřúhelník  $PQRS$  byl vždy pravouhelník. Bod  $D$  má ještě jeden stupeň volnosti a může se pohybovat po přímce.

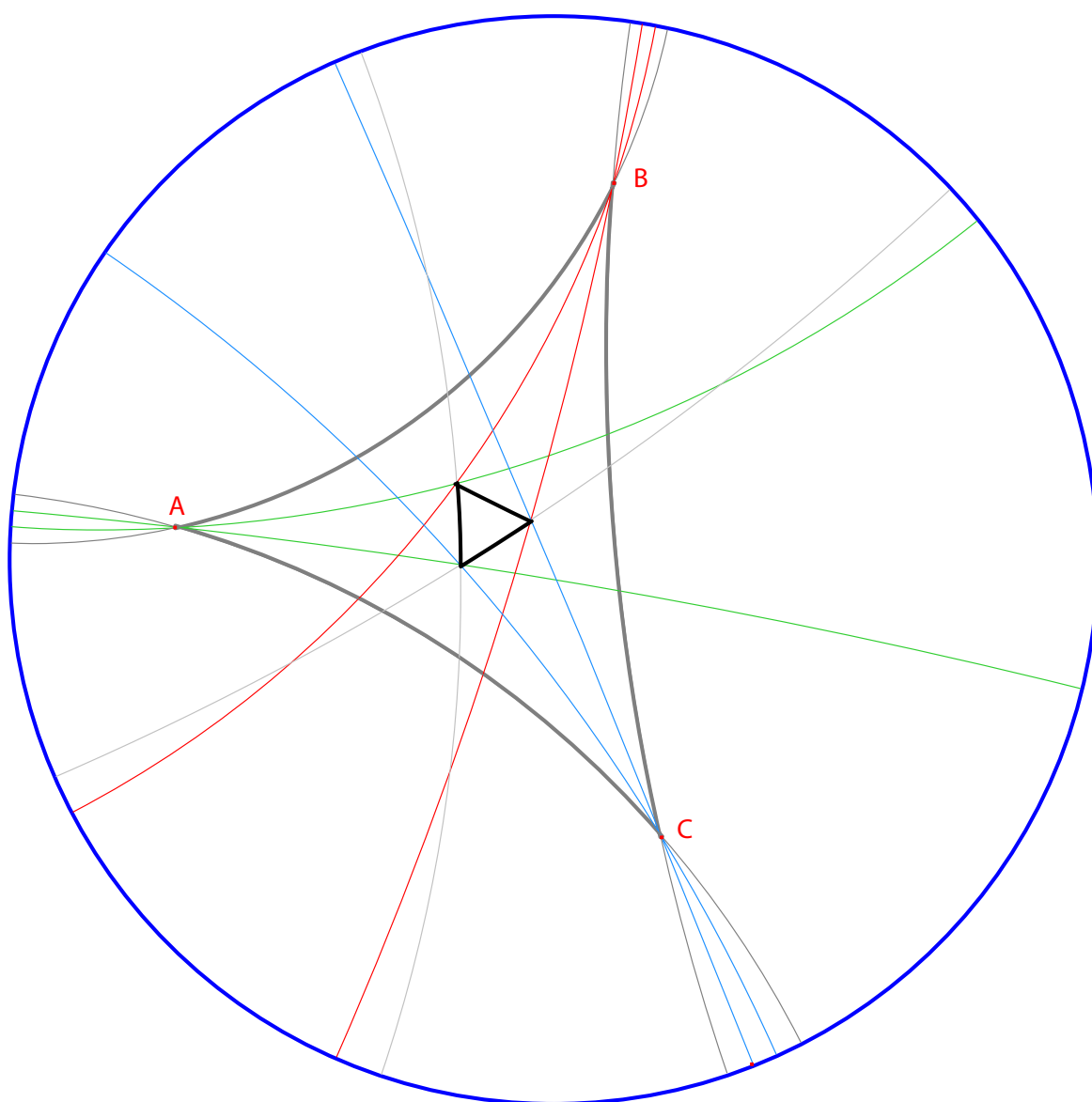
CVIČENÍ 7 - Určete nutnou a postačující podmínku k tomu, aby čtyřúhelník  $PQRS$  byl čtverec. Předefinujte znovu bod  $D$  tak, aby konstrukce dávala jen čtverce.



OBRÁZEK 4.5 – Bod  $D$  nemá žádný stupeň volnosti a  $PQRS$  je vždy čtverec.

## 2. část

### Pokračujeme - Kurs pro pokročilé

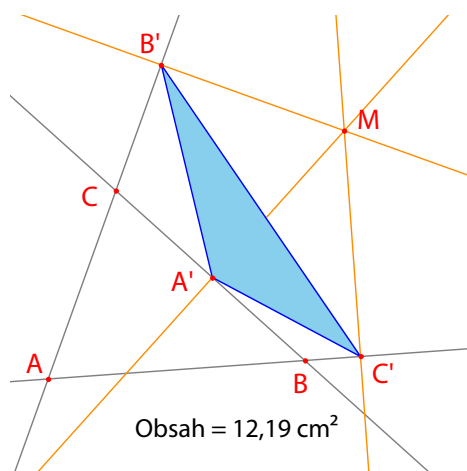


# Kapitola 5

## Pedální trojúhelníky

Nástrojem [body]Bod vytvoříme pro začátek tři body  $A$ ,  $B$ ,  $C$  kdekoliv v nákresně. Sestrojíme přímky  $AB$ ,  $BC$  a  $CA$  pomocí nástroje [přímky]Přímka. Dále vytvoříme na libovolném místě nákresny čtvrtý bod  $M$  a jeho kolmé průměty  $C'$ ,  $A'$  a  $B'$  na tyto přímky. Průměty sestrojíme tak, že nejprve vedeme bodem  $M$  kolmice k těmto přímkám pomocí nástroje [konstrukce]Kolmice a pak nástrojem [body]Bod sestrojíme průsečíky těchto kolmic s příslušnými přímkami. Nástroj [body]Bod totiž implicitně nabízí umístění bodu do průsečíku dvou objektů. Stačí jen umístit kurzor k průsečíku a program pak vypíše hlášení v tomto průsečíku, nebo v nejednoznačném případě v kterém průsečíku? následovaném nabídkou.

Tři body  $A'$ ,  $B'$  a  $C'$  určují trojúhelník, který vytvoříme nástrojem [přímky]Trojúhelník. Říká se mu pedální trojúhelník bodu  $M$  a trojúhelníka  $ABC$ . Vnitřek trojúhelníka lze vybarvit pomocí nástroje [atributy]Barva výplně. Zajímá nás obsah tohoto trojúhelníka v závislosti na poloze bodu  $M$ . Obsahy měříme nástrojem [měření]Obsah. Výsledná hodnota je neorientovaný obsah nezávislý na orientaci trojúhelníka. Je uvedena v  $\text{cm}^2$  a lze ji umístit kamkoli na nákresnu. Když na toto číslo klepneme pravým tlačítkem myši, objeví se nabídka s možností přechodu k orientovanému obsahu, jehož znaménko závisí na orientaci trojúhelníka.



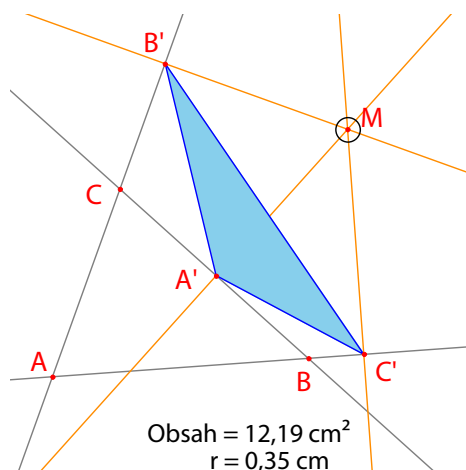
OBRÁZEK 5.1 – Pedální trojúhelník bodu  $M$  a jeho obsah

Budeme zkoumat, jak se mění obsah trojúhelníka  $A'B'C'$  v závislosti na poloze bodu  $M$ . K tomu se nabízejí různé strategie. Aktivujme například nástroj [texty a symboly]Stopa ano / ne (vyžaduje, abychom klepli na objekt, jehož stopu chceme vykreslit - v našem případě tedy klepněme na bod  $M$ ). Pohybujme bodem  $M$  a snažme se, aby obsah trojúhelníka  $A'B'C'$  zůstal konstantní. Postupné pozice bodu  $M$  se vykreslují v nákresně a ukazují, jakou asi vyplní křivku při stejné hodnotě obsahu trojúhelníka  $A'B'C'$ . Jinou strategií je vykreslení vizuální reprezentace obsahu trojúhelníka  $A'B'C'$  pro velký počet poloh bodu  $M$ .

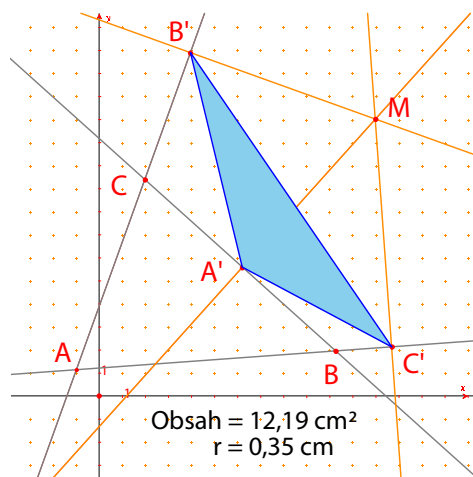
Budeme se řídit druhou strategií a sestrojíme kruh se středem v bodě  $M$ , který bude mít obsah úměrný obsahu trojúhelníka  $A'B'C'$ , pro velký počet poloh bodu  $M$ . K tomu budeme nejprve muset vypočítat poloměr kruhu, úměrný druhé odmocnině obsahu trojúhelníka. Aktivujme nástroj [měření]Výpočty, klepneme na tlačítko `sqrt`, pak klepneme na číslo udávající obsah trojúhelníka a na displeji kalkulačky bude `sqrt(a)`. Uzavřeme závorku a vydělíme deseti, abychom nedostávali příliš velké kruhy. Na displeji kalkulačky je teď výraz `sqrt(a)/10`. Vyčíslíme ho klepnutím na tlačítko `=` a výsledek vytáhneme na vhodné místo na nákresně.

K sestrojení kružnice se středem  $M$  a poloměrem, který jsme právě vypočetli, aktivujme nástroj [konstrukce]Kružítko. Klepneme na číslo, které jsme právě umístili na nákresnu, a pak na bod  $M$ . Vznikne kružnice se středem  $M$  a požadovaným poloměrem. Teď můžeme pozorovat, jak se obsah kruhu se středem v bodě  $M$  mění při pohybu tohoto kruhu.

OBRÁZEK 5.2 – Kružnice se středem v bodě  $M$ , jejíž obsah je úměrný obsahu trojúhelníka  $A'B'C'$ .



Dále zobrazíme mřížové body, bod  $M$  předdefinujeme na mřížový bod a vykreslíme kruhy reprezentující obsah pedálního trojúhelníka v každém mřížovém bodě. Pro mřížové body potřebujeme soustavu souřadnic. Použijeme základní osy souřadnic, které jsou k dispozici v každém obrázku. Zobrazíme je volbou [atributy]Zobrazit osy. Pak aktivujme nástroj [atributy]Mřížové body a klepneme na osu. Objeví se mřížové body.

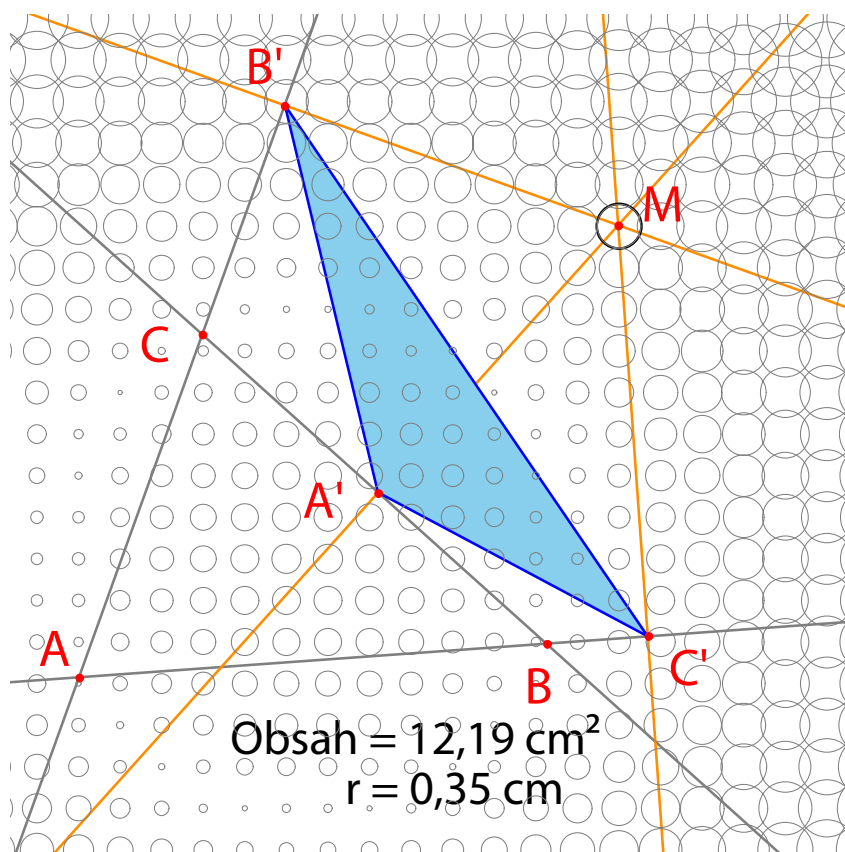


OBRÁZEK 5.3 – Mřížové body odvozené od os souřadnic. Bod  $M$  je předefinován na mřížový bod.

Bod  $M$  je zatím nezávislý, volně pohyblivý bod roviny; předefinujeme ho a omezíme na mřížové body. Aktivujeme nástroj [konstrukce]Předefinovat objekt a klepneme na bod  $M$ . Z nabídky, která se objeví, vybereme Bod na objektu a pak klepneme na libovolný mřížový bod. Bod  $M$  je teď omezen jen na mřížové body.

Nakonec využijeme nástroj [konstrukce]Množina ke konstrukci množiny kružnic, které vznikají, když bod  $M$  prochází mřížové body. Klepneme na kružnici, pak na bod  $M$  a množina je sestrojena.

Lze ukázat (viz H. M. S. Coxeter, S. L. Greitzer: *Geometry Revisited*, Mathematical Association of America, oddíl 1.9), že množiny bodů  $M$ , pro něž mají pedální trojúhelníky stejný obsah, jsou kružnice soustředné s kružnicí opsanou trojúhelníku  $ABC$ . Speciálně má trojúhelník  $A'B'C'$  nulový obsah, když bod  $M$  leží na kružnici opsané trojúhelníku  $ABC$ , jinými slovy, body  $A'$ ,  $B'$  a  $C'$  leží v přímce, právě když bod  $M$  leží na kružnici opsané trojúhelníku  $ABC$ .



OBRÁZEK 5.4 – Rozdělení obsahu pedálního trojúhelníka jako funkce polohy bodu  $M$

CVIČENÍ 8 - Když bod  $M$  leží na kružnici opsané trojúhelníku  $ABC$ , pak tři body  $A'$ ,  $B'$  a  $C'$  leží v přímce a tato přímka se nazývá *Simsonova<sup>1</sup> přímka* bodu  $M$  (nebo také Wallaceova<sup>2</sup> přímka – tato přímka je spojována se Simsonovým jménem, ale poprvé ji publikoval Wallace r. 1799). Sestrojíme obálku Simsonových přímek. Užijeme k tomu nástroj [konstrukce] **Množina**. Ten je v případě přímek implicitně nastaven tak, že místo kompletní množiny přímek zobrazí jejich obálku.

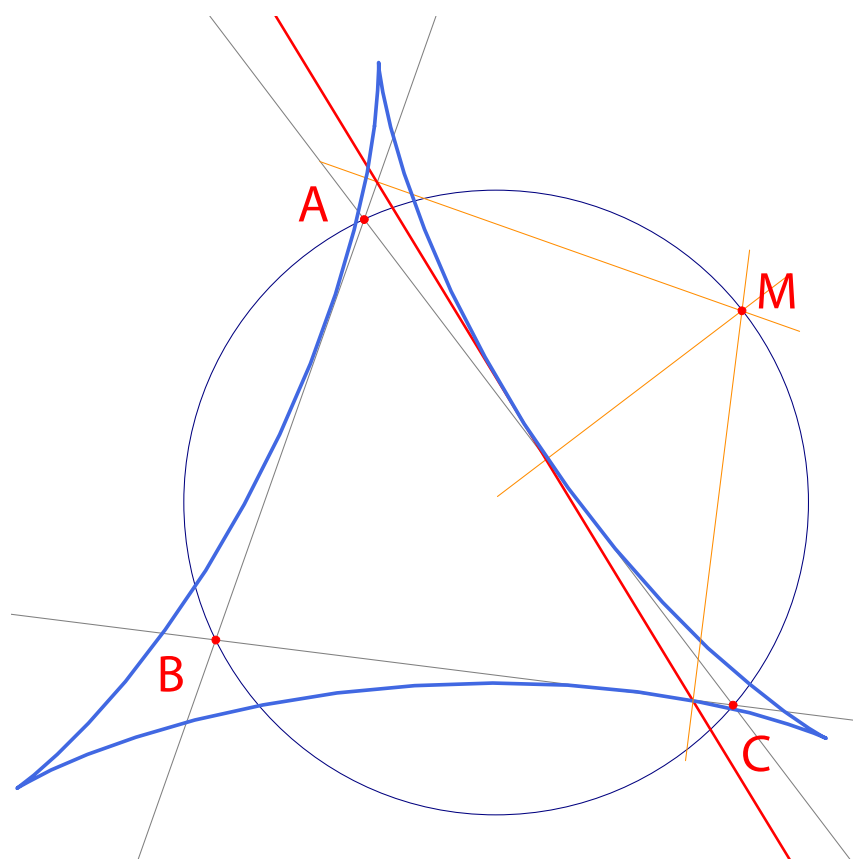
Tato křivka je invariantní vůči otočení o  $120^\circ$  a nazývá se deltoida (také tricuspoida nebo Steinerova<sup>3</sup> hypocycloida), protože se podobá řeckému písmenu  $\Delta$ . Dotýká se přímek  $AB$ ,  $BC$  a  $CA$ . Je to algebraická křivka 4. stupně.

CVIČENÍ\* 9 - Sestrojte střed deltoidy, tři body, v nichž se dotýká uvedených tří přímek, a největší kružnici, kterou lze této křivce vepsat.

<sup>1</sup>Robert SIMSON, 1687-1768

<sup>2</sup>William WALLACE, 1768-1843

<sup>3</sup>Jakob STEINER, 1796-1863



OBRÁZEK 5.5 – Obálka Simsonových přímek trojúhelníka ABC se nazývá deltoida. Má stejné symetrie jako rovnostranný trojúhelník.

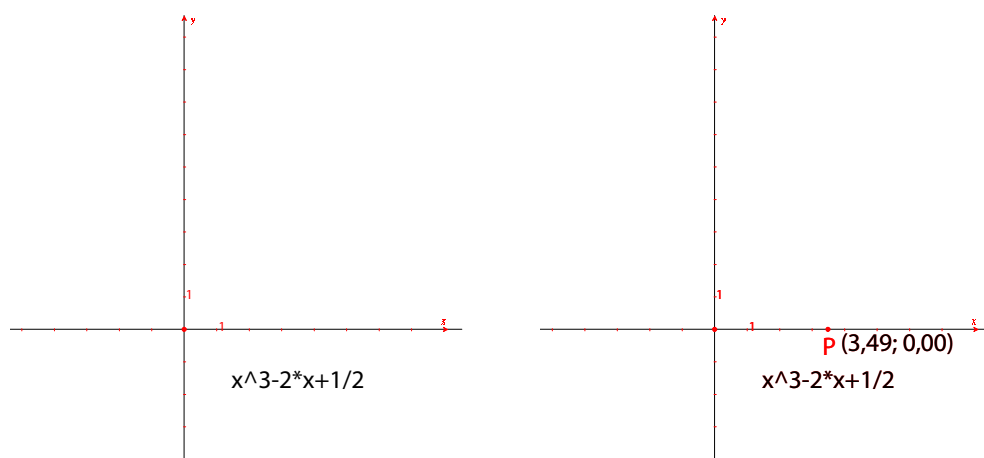
# Kapitola 6

## Funkce

V Cabri Geometrii snadno sestrojíme grafy funkcí, neboť program umožňuje pracovat se souřadnicemi a s výrazy. Grafy lze pak využít ke studiu vlastností funkcí. V této kapitole budeme studovat polynomickou funkci 3. stupně  $f(x) = x^3 + 2x + \frac{1}{2}$ .

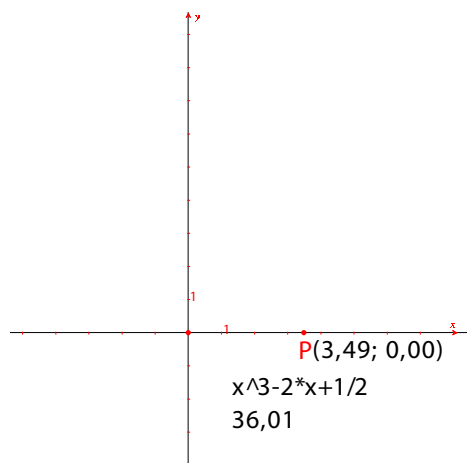
Nejprve zobrazíme osy souřadnic volbou [atributy]Zobrazit osy. Dále potřebujeme na nákretnu napsat příslušný výraz. Když už je výraz na nákretně, lze jeho hodnotu počítat pro různé hodnoty jeho proměnných. V případě naší funkce aktivujeme nástroj [texty a symboly]Výrazy, a napíšeme  $x^3 - 2 * x + 1 / 2$ . Pro proměnné můžeme používat písmena a, b, c, ..., z.

Někde na ose  $x$  vytvoříme bod  $P$  (pomocí nástroje [body]Bod). Jeho souřadnice zobrazíme, když aktivujeme nástroj [měření]Rovnice a souřadnice a pak klepneme na bod  $P$ . Text udávající souřadnice je zprvu spojen s bodem  $P$  a pohybuje se spolu s ním. Pomocí nástroje [manipulace]Ukazovátko lze souřadnice od bodu odtrhnout a umístit je v obrázku kamkoliv. K bodu je můžeme opět připojit, když je k němu přitáhneme zpět.



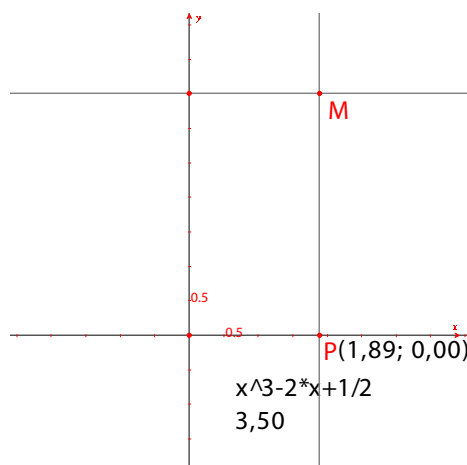
OBRÁZEK 6.1 – [vlevo] Výraz odpovídající dané funkci je vložen do obrázku [vpravo] Na ose  $x$  je vynesena bod  $P$  a jeho souřadnice jsou zobrazeny pomocí nástroje [měření]Souřadnice a rovnice.

Dále budeme potřebovat hodnotu  $f(x)$ , kde  $x$  je  $x$ -ová souřadnice bodu  $P$ . Aktivujme nástroj [měření]Vyčíslit výraz, klepněme na výraz a pak na  $x$ -ovou souřadnici bodu  $P$  v závorkách.



OBRÁZEK 6.2 – Nástroj [měření]Vyčíslit výraz je užit k výpočtu hodnoty  $f(x)$  pro  $x$ -ovou souřadnici bodu  $P$ .

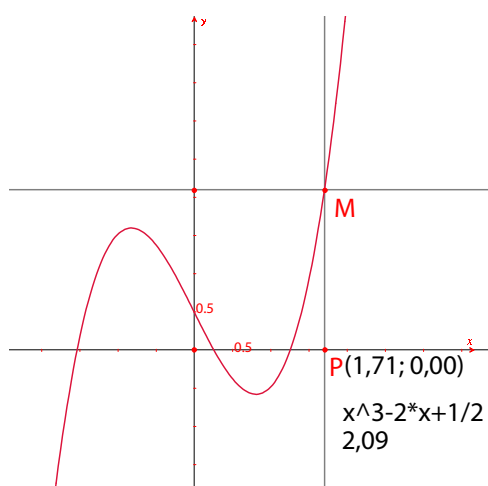
Tuto hodnotu nanese na osu  $y$  pomocí nástroje [konstrukce]Nanést délku tak, že klepneme na hodnotu a pak na osu  $y$ . Pak už zbývá jen oběma body vést rovnoběžky s osami pomocí nástroje [konstrukce]Rovnoběžka. Jejich průsečík pojmenujme  $M$  a má souřadnice  $(x, f(x))$ . V následujícím obrázku jsme bod  $P$  přesunuli blíže k počátku, abychom bod  $M$  viděli na obrazovce. Bodem  $P$  lze pohybovat i během konstrukce rovnoběžek.



OBRÁZEK 6.3 – Konstrukce bodu  $M(x, f(x))$  pomocí nanesení vzdálenosti

Graf funkce dostaneme jako množinu bodů  $M$  při pohybu bodu  $P$  po ose  $x$ . Ke konstrukci užijeme nástroj [konstrukce]Množina a klepneme nejprve na bod  $M$ , pak na bod  $P$ . Abychom dobře viděli zajímavé části grafu funkce, můžeme obrázek posouvat a můžeme měnit měřítko (taháním za libovolný dílek na ose).

OBRÁZEK 6.4 – Graf funkce byl vytvořen pomocí nástroje [konstrukce]Množina. Obrázek lze posouvat a lze měnit měřítko tak, aby byly vidět zajímavé části grafu.



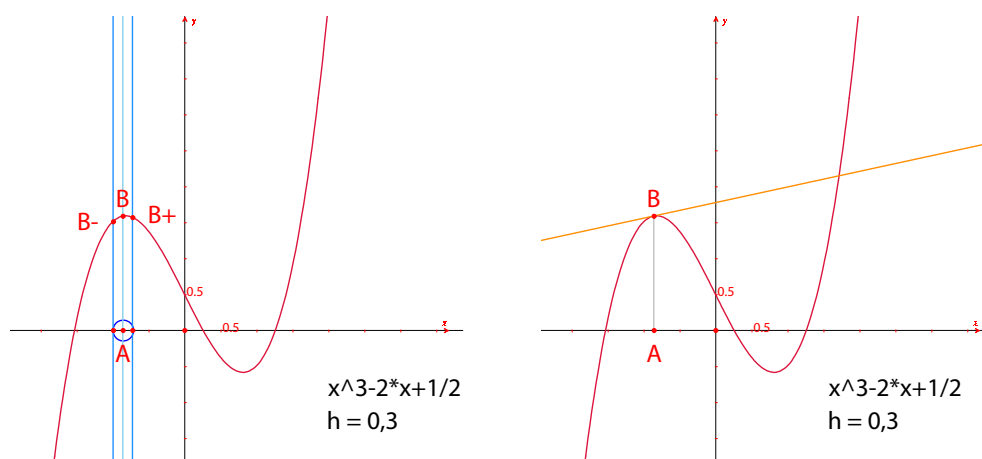
Dále sestrojíme aproximaci tečny k této křivce v daném bodě. Jak známo, pro malé hodnoty  $h$  je

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Z geometrického hlediska jde o aproximaci směrnice tečny pomocí směrnice sečny, která spojuje body křivky, jejichž  $x$ -ové souřadnice jsou  $x-h$  a  $x+h$ .

Pomocí nástroje [texty a symboly]Číslo určíme hodnotu čísla  $h$ , pro jednoduchost konstrukce třeba 0,3. Hodnotu čísla  $h$  můžeme později zmenšit a aproximaci tečny tak zpřesnit. Vytvořme dále na ose  $x$  bod  $A$  a sestrojme kružnici se středem v bodě  $A$  a s poloměrem  $h$ . Kružnici dostaneme tak, že aktivujeme nástroj [konstrukce]Kružítko, klepneme na úsečku délky  $h$  a pak na bod  $A$ . Dva průsečíky této kružnice s osou  $x$  mají  $x$ -ové souřadnice  $x-h$  a  $x+h$ , kde  $x$  je  $x$ -ová souřadnice bodu  $A$ . Těmito dvěma průsečíky a bodem  $A$  vedme tři rovnoběžky s osou  $y$  ([konstrukce]Rovnoběžka). Průsečíky  $B^-$ ,  $B$ ,  $B^+$  těchto tří přímk s křivkou mají  $x$ -ové souřadnice  $x-h$ ,  $x$  a  $x+h$ .

Obrázek je již trochu přeplněn, proto skryjeme objekty, které už nebudeme potřebovat. Aktivujeme nástroj [atributy]Zobrazit / Skrýt a klepneme na objekty, které chceme skrýt. Budou to body  $P$  a  $M$ , dvě pomocné přímky pro bod  $M$ , souřadnice bodu  $P$ , a hodnota funkce v bodě  $P$ . Skryté objekty jsou viditelné, jen když je nástroj [atributy]Zobrazit / Skrýt aktivní (hemží se). Skryté objekty opět zviditelníme, když je tento nástroj aktivní a klepneme na ně.



OBRÁZEK 6.5 – [vlevo] Jsou sestrojeny tři body křivky s  $x$ -ovými souřadnicemi  $x - h$ ,  $x$ , a  $x + h$ .  
[vpravo] Aproximace tečny v bodě  $B$ . Některé pomocné objekty jsou skryty.

Přibližná tečna bude teď rovnoběžka s přímkou  $B^-B^+$  vedená bodem  $B$ . K sestrojení užijeme nástroje [přímky]Přímka a [konstrukce]Rovnoběžka. Přímku  $B^-B^+$  a ostatní pomocné objekty skryjeme tak, aby viditelné zůstaly jen číslo  $h$ , body  $A$  a  $B$  a „tečna“ v bodě  $B$ .

Vidíme, že už hodnota  $h = 0,3$  dává velmi dobrou aproximaci tečny. Lze ji však ještě zlepšit zmenšováním hodnoty  $h$ , například na  $0,0001$ . Kdybychom však brali příliš malé hodnoty, mohlo by dojít k chybám, protože interní reprezentace čísel v počítači je omezena na 16 platných cifer (v desítkové soustavě).

Když budeme pohybovat bodem  $A$  po ose  $x$ , snadno najdeme polohu tří kořenů rovnice  $f(x) = 0$ , stacionární body funkce  $f$  a inflexní bod křivky.

Pro informaci: tři kořeny rovnice  $f(x) = 0$  jsou  $r_1 \approx -1,52568$ ,  $r_2 \approx 0,25865$  a  $r_3 \approx 1,26703$ . Stacionární body mají  $x$ -ové souřadnice  $e_1 = -\sqrt{\frac{6}{3}} \approx -0,81649$  a  $e_2 = \sqrt{\frac{6}{3}} \approx 0,81649$ . Inflexní bod má souřadnice  $(0, \frac{1}{2})$ .

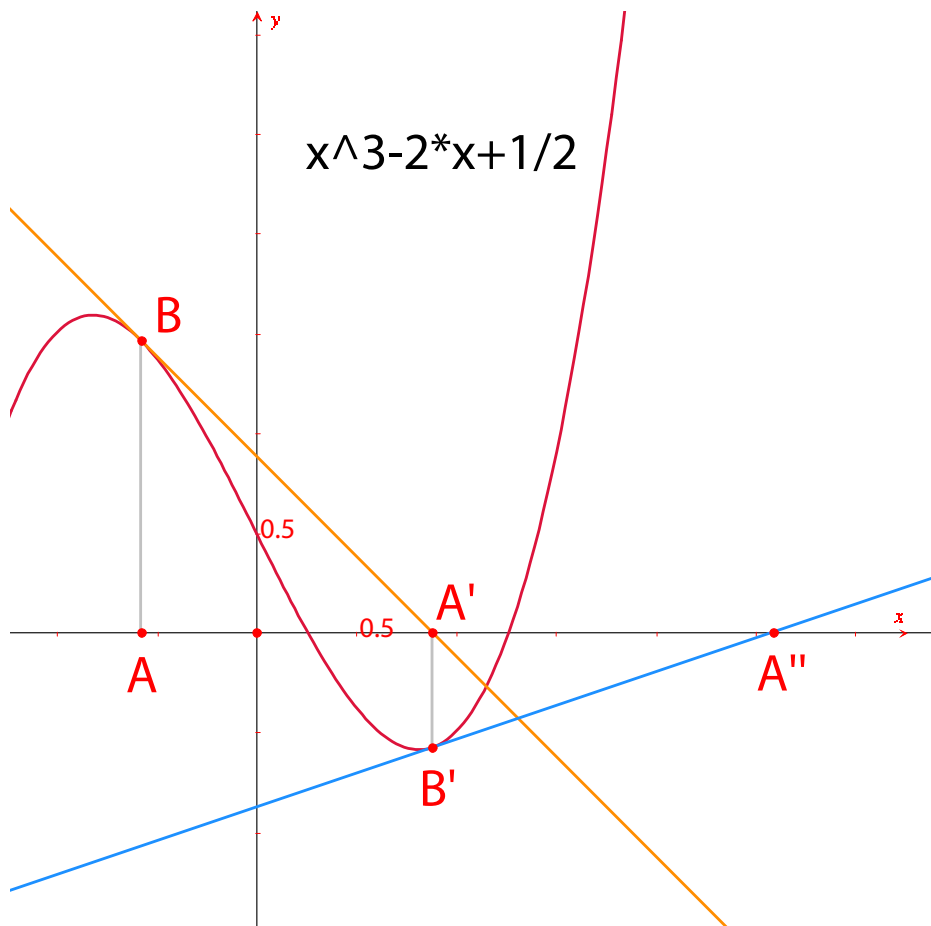
CVIČENÍ 10 - Použijte směrnici tečny a vykreslete graf, který aproximuje graf derivace funkce.

CVIČENÍ\* 11 - Tečna v bodě  $A$  protíná osu  $x$  v bodě  $A'$  s  $x$ -ovou souřadnicí  $x'$ , která je obecně lepší aproximací kořene, pokud je bod  $A$  již v okolí kořene rovnice  $f(x) = 0$ . Na tomto tvrzení je založena Newtonova<sup>1</sup>-Raphsova<sup>2</sup> iterační metoda hledání kořene rovnice. Sestrojte bod  $A'$ , pak stejnou metodou jeho iteraci  $A''$  a porovnejte polohu bodů  $A''$  a  $A$ . Kromě tří kořenů lze najít ještě další dvě polohy bodu  $A$ , při nichž body  $A''$  a  $A$  splynou. Jsou to dva reálné kořeny jistého polynomu 6. stupně a jejich hodnoty jsou

<sup>1</sup>Sir Isaac NEWTON, 1643-1727

<sup>2</sup>Joseph RAPHSO, 1648-1715

přibližně  $-0,56293$  a  $0,73727$ . Také se můžeme přesvědčit, že nevhodná volba bodu  $A$  může způsobit divergenci metody, když zvolíme bod  $A$  tak, aby bod  $A'$  byl jedním z bodů, kde je derivace rovna nule.



OBRÁZEK 6.6 – První dvě iterace Newtonovy-Raphsonovy metody vycházející z bodu  $A$

# Kapitola 7

## Dlaždění I

Budeme dlaždit rovinu mnohoúhelníky. Začneme několika zjednodušenými definicemi, které se nám budou později hodit. Čtenáře s hlubším zájmem odkazujeme na knihu Branko Grünbaum, G. C. Shepherd: *Tilings and Patterns*, Freeman 1987. Velké množství informací o dlažbách a symetrických grupách je na internetu.

Řekneme, že množina uzavřených rovinných útvarů tvoří *dlažbu* roviny, jestliže se jejich vnitřky nepřekrývají a sjednocení těchto útvarů je celá rovina. Jednotlivým útvarům budeme říkat *dlaždice*. Úsečku, která je průnikem dvou dlaždic, nazveme *hrana*, a bod, který je průnikem několika dlaždic, nazveme *vrchol*.

Pro každou dlažbu  $P$  označíme  $S(P)$  množinu všech shodných zobrazení  $f$  v rovině, které zobrazí každou dlaždici z dlažby  $P$  na dlaždici z dlažby  $P$ .  $S(P)$  je grupa, které se říká *symetrická grupa* dlažby  $P$ . Pro tuto grupu může nastat několik případů:

- $S(P)$  neobsahuje žádné posunutí. Pak je  $S(P)$  izomorfní s cyklickou grupou (případně redukovanou na jednotkový prvek) generovanou otočením o  $2\pi/n$ , nebo s diedrickou grupou, a je tedy symetrickou grupou pravidelného  $n$ -úhelníka.
- Všechna posunutí, která  $S(P)$  obsahuje, jsou kolineární. Pak je  $S(P)$  izomorfní s některou ze sedmi *vlysových grup*.
- $S(P)$  obsahuje dvě nekolineární posunutí. Pak je  $S(P)$  izomorfní s některou ze sedmnácti *tapetových grup* (neboli rovinných krystalografických grup), a dlažba  $P$  je *periodická*.

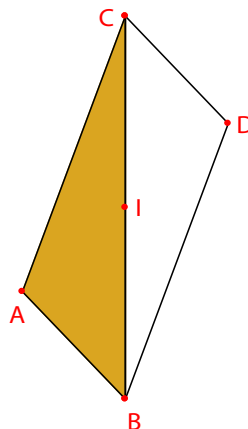
Když jsou všechny dlaždice z dlažby navzájem shodné, řekneme, že dlažba je *monoedrická*.

V této kapitole se budeme zajímat jen o monoedrické dlažby složené z mnohoúhelníků.

Nejprve sestrojíme monoedrickou dlažbu roviny složenou z trojúhelníků.

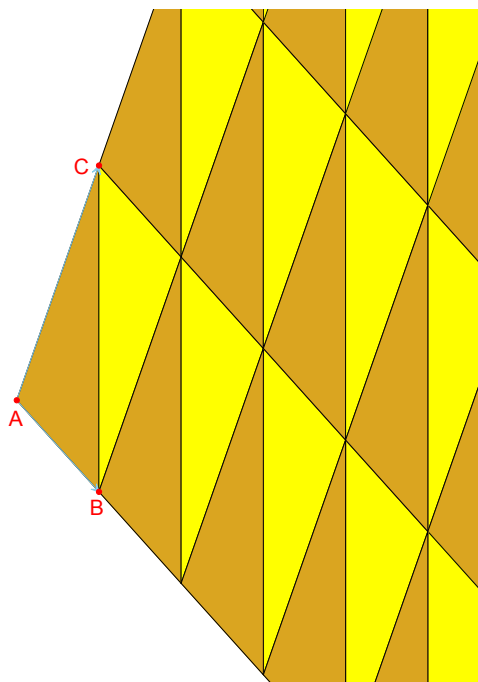
Vytvořme obecný trojúhelník  $ABC$  nástrojem [přímky]Trojúhelník, pak střed  $I$  jedné z jeho stran, třeba  $BC$ , nástrojem [konstrukce]Střed úsečky. Obraz  $D$  vrcholu  $A$  ve středové souměrnosti podle středu  $I$  (v otočení o  $180^\circ$  kolem středu  $I$ ) vytvoříme nástrojem [zobrazení]Středová souměrnost tak, že nejprve klepneme na zobrazovaný bod  $A$  a pak na střed  $I$ .

OBRÁZEK 7.1 – Obraz trojúhelníka  $ABC$  ve středové souměrnosti podle středu jedné z jeho stran (v tomto případě  $BC$ ). Čtyřúhelník  $ABDC$  je rovnoběžník.

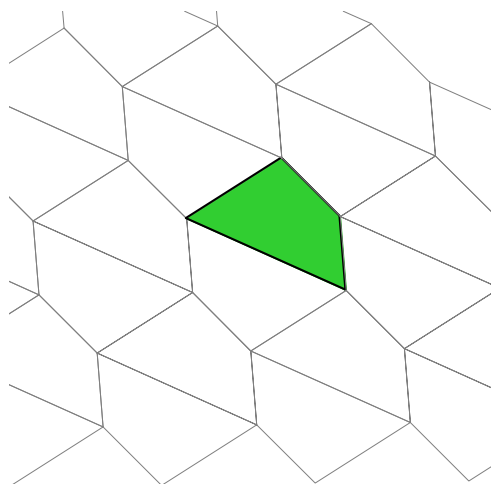


Čtyřúhelník  $ABDC$  je rovnoběžník a lze jím vydláždít rovinu. Vytvořme dále dva vektory  $\vec{AB}$  a  $\vec{AC}$  nástrojem [přímky]Vektor, a použijme je ke zdvojení trojúhelníků  $ABC$  a  $BCD$  pomocí nástroje [zobrazení]Posunutí.

OBRÁZEK 7.2 – Nástrojem [zobrazení]Posunutí byly vytvářeny obrazy trojúhelníků v posunutí o vektory  $\vec{AB}$  a  $\vec{AC}$ .



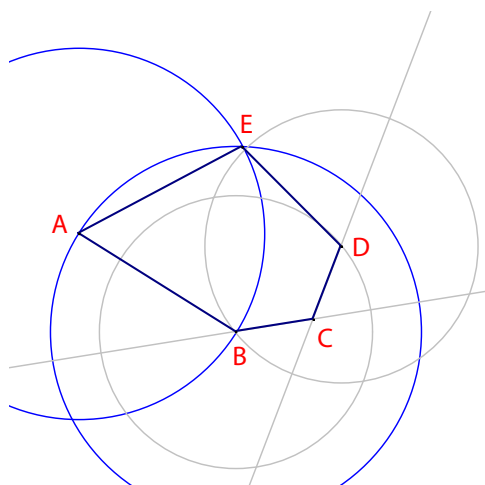
Stejným způsobem můžeme vydláždit rovinu jakýmkoliv čtyřúhelníkem, konvexním nebo nekonvexním, pokud se jeho strany nekříží. Čtyřúhelník zobrazíme v souměrnosti podle středu jedné z jeho stran. Oba čtyřúhelníky vytvoří šestiúhelník, který bude mít tři dvojice rovnoběžných stran, a dá se jím vydláždit rovina.



OBRÁZEK 7.3 – Stejným způsobem lze vydláždit rovinu čtyřúhelníkem, bez ohledu na to, je-li konvexní nebo není, pokud se jeho strany nekříží.

Pro ostatní mnohoúhelníky je situace mnohem složitější. Je dokázáno, že rovinu nelze vydláždit konvexním mnohoúhelníkem s více než šesti stranami. Existují jen tři typy konvexních mnohoúhelníků a alespoň 14 typů konvexních pětiúhelníků, jimiž lze vydláždit rovinu. Jednotlivé typy jsou dány podmínkami na velikosti jejich stran a úhlů. Poslední z těchto 14 pětiúhelníků byl objeven r. 1985 a pokud víme, není dosud známo, jsou-li to už všechna řešení problému.

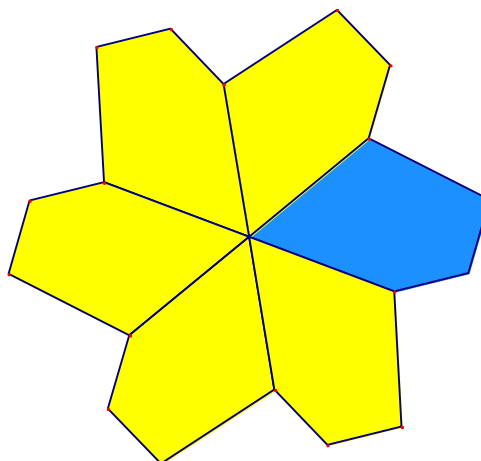
CVIČENÍ 12 - Sestrojte konvexní pětiúhelník  $ABCDE$  splňující následující podmínky: velikost úhlu při vrcholu  $A$  je  $60^\circ$ , při vrcholu  $C$  je  $120^\circ$ ,  $AB = AE$ ,  $CB = CD$ . Těmito podmínkami není tvar pětiúhelníka ještě jednoznačně určen. Při jeho konstrukci zůstanou tři vrcholy volně pohyblivé.



OBRÁZEK 7.4 – Konstrukce pětiúhelníka splňujícího podmínky:  $A = 60^\circ$ ,  $C = 120^\circ$ ,  $AB = AE$ ,  $CB = BD$ .  $A$ ,  $B$ , a  $C$  jsou nezávislé body v rovině.

Otáčejme tento pětiúhelník opakovaně kolem vrcholu  $A$  o  $60^\circ$  pomocí nástroje [zobrazení]Otočení. Nástroj očekává postupné klepnutí na zobrazovaný objekt, na úhel a na střed otočení. Úhel je dán číslem, které jsme předem vytvořili na nákresně nástrojem [texty a symboly]Čísla. Sestrojili jsme tak „kytku“ se šesti pětiúhelníkovými okvětními plátky.

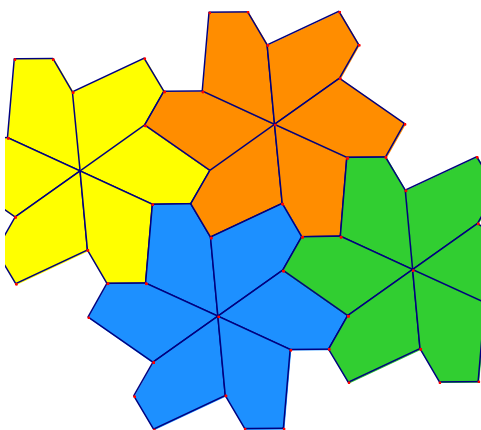
OBRÁZEK 7.5 – Základní pětiúhelník je zkopírován otáčením kolem vrcholu  $A$  o úhel velikosti  $60^\circ$ , čímž vznikla šesticípá kytka.



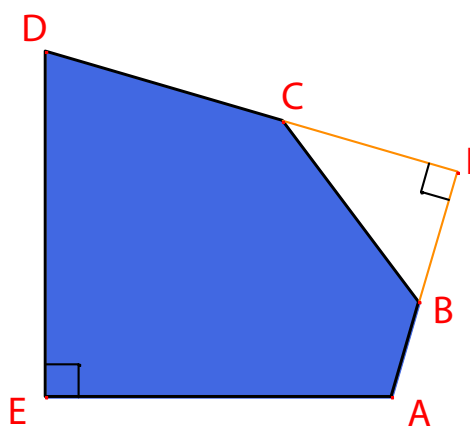
Tyto kytky lze pomocí posunutí poskládat tak, že vydláždí rovinu. Tento typ dlažby poprvé publikoval K. Reinhardt r. 1918 a v knize Tilings and Patterns je uvedena pod číslem 5.

Uvedená dlažba není pouze monoedrická (což znamená, že všechny dlaždice jsou shodné), je dokonce izoedrická, tj. každá dlaždice je v dlažbě obklopena shodným vzorem sousedních dlaždic.

OBRÁZEK 7.6 – Kytky jsou pomocí posunutí poskládány tak, že dláždí rovinu.

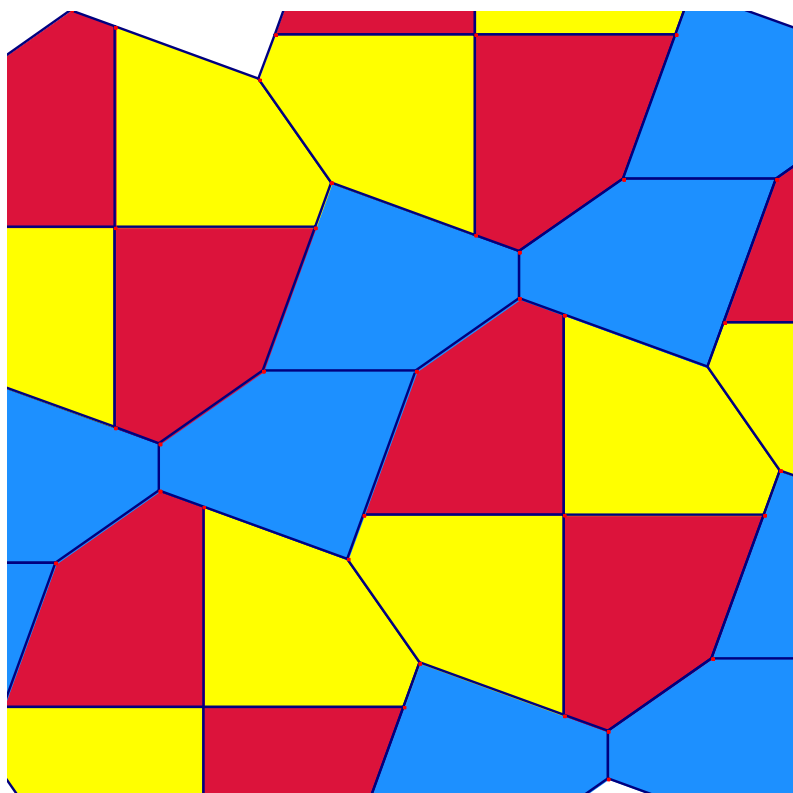


CVIČENÍ\* 13 - Sestrojte pětiúhelník  $ABCDE$  splňující následující podmínky:  $\hat{E} = 90^\circ$ ,  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ ,  $2\hat{B} - \hat{D} = 180^\circ$ ,  $2\hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$ ,  $EA = ED = AB + CD$ . Body  $A$  a  $E$  se mohou volně pohybovat v rovině, bod  $I$  po oblouku kružnice.



OBRÁZEK 7.7 – Pětiúhelník uvedený v knize *Tilings and Patterns* pod číslem 10 je dlaždice pro monoedrickou dlažbu roviny.

Dláždíme tak, že nejprve vytvoříme další tři kopie dlaždice pomocí postupného otáčení o  $90^\circ$  kolem vrcholu  $E$ , čímž dostaneme čtverec s osekánými vrcholy. Tyto osekané čtverce (jsou to osmiúhelníky) pak uspořádáme do pásů pomocí posunutí. Do mezer mezi pásy osmiúhelníků pak zapadají pásy z původních pětiúhelníků.



OBRÁZEK 7.8 – Monoedrická dlažba roviny konvexními pětiúhelníky. Vytvořil ji r. 1975 Richard E. James III, když si přečetl článek Martina Gardnara v časopise *Scientific American* in 1975. Podrobnosti jsou v knize *Martin Gardner: Time travel and other mathematical bewilderments*, Freeman 1987.

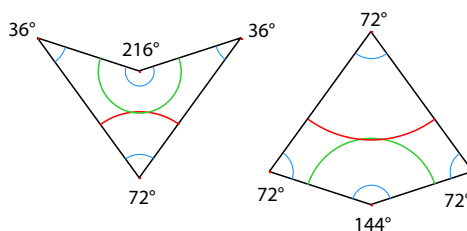
# Kapitola 8

## Dláždění II

V této kapitole navážeme na pojmy, které jsme zavedli v předešlé kapitole Dláždění I.

Existují kolekce mnohoúhelníků, z nichž lze sestavit neperiodickou dlažbu. Nejznámější jsou Penrosovy dlažby pojmenované po matematiku Rogeru Penrosovi, který je objevil r. 1974. Jeho dlaždice byly nazvány „drak“ a „šipka“. Je na nich navíc barevná kresba a když je složíme tak, aby kresba navazovala, vznikne dlažba, která není periodická. Tyto dvě dlaždice jsou čtyřúhelníky, velikosti jejich úhlů jsou násobky  $\theta = 36^\circ$  a velikosti jejich stran jsou 1 a  $\phi$ , kde  $\phi = (1 + \sqrt{5}) / 2$ , tzv. zlatý řez. Barevnou kresbu na dlaždicích navrhl John Conway<sup>1</sup>. Dává krásné křivky invariantní vůči otočení o  $\theta$ .

OBRÁZEK 8.1 – Dlaždice „šipka“ (vlevo) a „drak“ (vpravo)



Konstrukce šipky a draka je trochu delší, a tak si připravíme *makrokonstrukci*, což nám pak umožní pokládat tyto dlaždice na nákresnu pouhým klepnutím.

Makrokonstrukce je vlastně určitá konstrukce uložená pro další použití. Její definice se skládá z kolekce vstupních objektů a z kolekce výstupních objektů, které jsou jednoznačně sestrojeny ze vstupních objektů. Makrokonstrukce je pak k dispozici v sadě nástrojů [makrokonstrukce] a lze ji později použít tak, že uživatel určí objekty téhož typu, jako byly vstupní objekty, a nástroj automaticky provede uloženou konstrukci a vytvoří výstupní objekty.

---

<sup>1</sup>John Horton CONWAY, 1937-

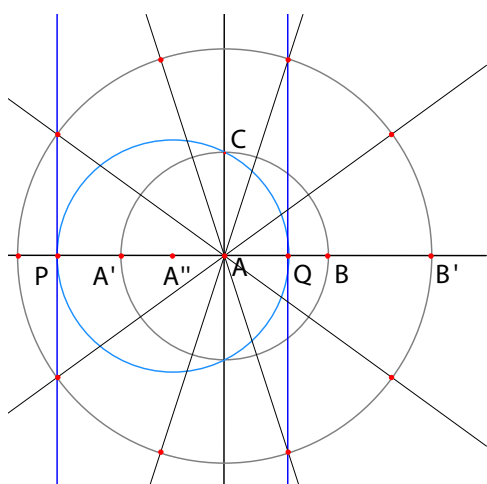
Makrokonstrukce se pojmenuje, může se pro ni vytvořit ikona a lze ji také uložit do samostatného souboru. Konstrukci, vytvořenou v jednom obrázku, tak můžeme použít i v jiném obrázku. Makrokonstrukce se ukládá do souboru s každým obrázkem, v němž byla buď vytvořena, nebo použita.

Makrokonstrukci lze pozměnit tak, že definujeme makrokonstrukci se stejným jménem. Program se pak uživatele zeptá, chce-li nahradit starší makrokonstrukci novou, nebo ji ke starší připojit. V případě, že vstupní objekty jsou stejného typu, bude vždy starší makrokonstrukce nahrazena novou. Nejsou-li vstupní objekty stejné a uživatel zvolí připojení, vznikne makrokonstrukce, která funguje jako ta z nich, které odpovídají zadané vstupní objekty. Můžeme tak dostat makrokonstrukci, která má např. za vstupní objekty jak dva body, tak úsečku.

Vytvoříme makrokonstrukci *Šipka 1 P*, která ke dvěma bodům  $U, V$  přiloží dlaždici šipka, jejíž krátká strana (délky 1 - odtud 1 v názvu) bude  $UV$ , u bodu  $U$  bude úhel  $36^\circ$ , přičemž dlaždice bude ležet při pohledu od  $U$  k  $V$  vpravo (odtud  $P$  v názvu). Dále tato makrokonstrukce na šipce nakreslí dva oblouky (jako na obr. 8.5). Analogické makrokonstrukce pro levou dlaždici ( $L$ ) a delší stranu ( $\phi$ ) označíme *Šipka 1 L*, *Šipka fí P* a *Šipka fí L*. Podobně pro draka vytvoříme makrokonstrukce *Drak 1 P*, *Drak 1 L*, *Drak fí P* a *Drak fí L*.

Než definujeme makrokonstrukce, musíme dlaždice nejprve sestrojít. Začneme tím, že nástrojem [**body**]**Bod** vytvoříme dva body  $A, B$ . Jejich vzdálenost bude reprezentovat jednotkovou délku kratší strany dlaždic. Dále nástrojem [**přímky**]**Přímka** sestrojíme přímku  $AB$ , nástrojem [**konstrukce**]**Kolmice**, kolmici  $k$  přímce  $AB$  bodem  $A$  a nástrojem [**křivky**]**Kružnice** kružnici se středem v bodě  $A$  procházející bodem  $B$ . Nakonec sestrojíme průsečík  $C$  této kružnice s kolmicí  $k$  přímce  $AB$  tak, že nástrojem [**body**]**Bod** umístíme bod do toho z průsečíků, který leží „nad“  $AB$ .

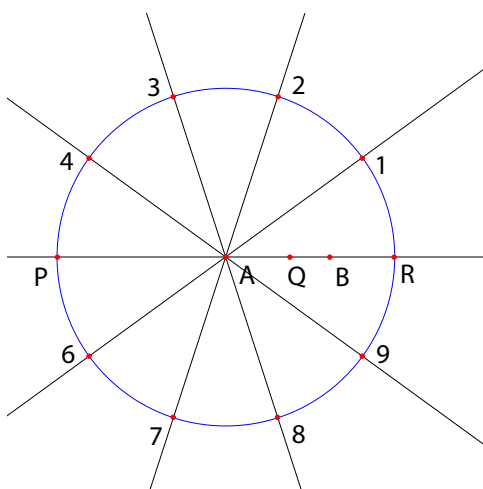
Dále rozdělíme kružnici na 10 shodných částí. Sestrojíme bod  $B'$  souměrně sdružený s bodem  $A$  podle středu  $B$  a bod  $A'$  souměrně sdružený s bodem  $B$  podle středu  $A$ . (Použijeme při tom nástroj [**zobrazení**]**Osová souměrnost** tak, že nejprve klepneme na zobrazovaný bod a pak na střed souměrnosti.) Považujeme-li bod  $A$  za počátek na ose  $AB$ , bude mít bod  $B$  souřadnici 1, bod  $B'$  souřadnici 2 a bod  $A'$  souřadnici  $-1$ . Dále sestrojíme střed  $A''$  úsečky  $AA'$ , k čemuž použijeme nástroj [**konstrukce**]**Střed úsečky**. Bod  $A''$  bude mít pak souřadnici  $-\frac{1}{2}$ . Sestrojíme kružnici se středem  $A''$ , procházející bodem  $C$ . Tato kružnice protne přímku  $AB$  ve dvou bodech  $P$  (vlevo od  $A$ ) a  $Q$  (vpravo od  $A$ ). Body  $P$  a  $Q$  pak mají na ose  $AB$  souřadnice  $-\phi$  a  $\phi - 1$ . Kolmice  $k$  přímce  $AB$  vedené body  $P$  a  $Q$  protnou kružnici se středem  $A$  a poloměrem  $AB'$  ve čtyřech vrcholech pravidelného pětiúhelníka, jehož pátým vrcholem je bod  $B'$ . S využitím souměrnosti doplníme další vrcholy pravidelného desetiúhelníka. V něm je středový úhel  $\theta = 36^\circ$  a máme v něm i veličinu  $\phi = (1 + \sqrt{5}) / 2$ , je to vzdálenost  $AP$ .



OBRÁZEK 8.2 – Dělení kružnice na 10 shodných dílů

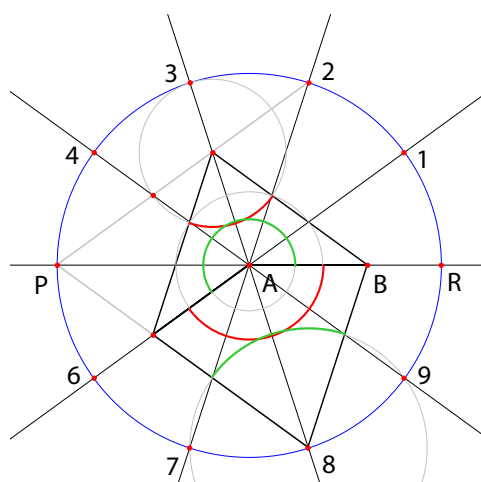
Sestrojíme kružnici se středem  $A$  procházející bodem  $P$ , jejíž poloměr je  $\phi$ . Pomocí nástroje [atributy]Zobrazit / Skrýt skryjeme všechny prvky konstrukce, které nejsou na následujícím obrázku. Vrcholy pravidelného desetiúhelníka vepsaného do kružnice o poloměru  $\phi$  jsou v něm označeny  $R, 1, 2, 3, 4, P, 6, 7, 8, 9$ .

OBRÁZEK 8.3 – Dělení kružnice je přeneseno na kružnici o poloměru  $\phi$  a již nepotřebné prvky konstrukce jsou skryty.



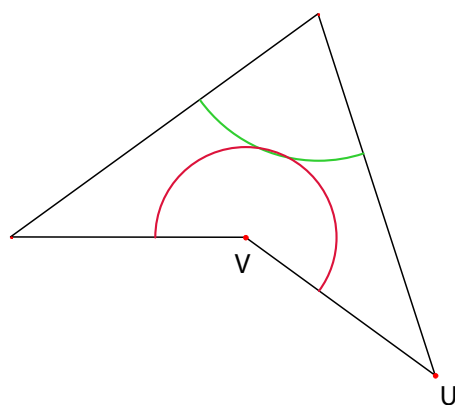
V konstrukci můžeme pokračovat podle následujícího obrázku. Sestrojíme úsečky spojující bod  $P$  s body 2 a 8 nástrojem [přímky]Úsečka a pak dva čtyřúhelníky nástrojem [přímky]Mnohoúhelník. Dále sestrojíme nástrojem [křivky]Kružnice kružnice, na nichž budou ležet oblouky, které pak sestrojíme nástrojem [křivky]Oblouk. Oblouk je definován třemi body: jedním krajním bodem, vnitřním bodem a druhým krajním bodem. Body určující oblouky pak můžeme skrýt, aby se neobjevily, až makrokonstrukci použijeme. Vzhled oblouků a čtyřúhelníků můžeme změnit pomocí nástrojů [atributy]Tloušťka čáry a [atributy]Barva čáry.

OBRÁZEK 8.4 – Konstrukce dvou  
dlaždic s barevnými oblouky



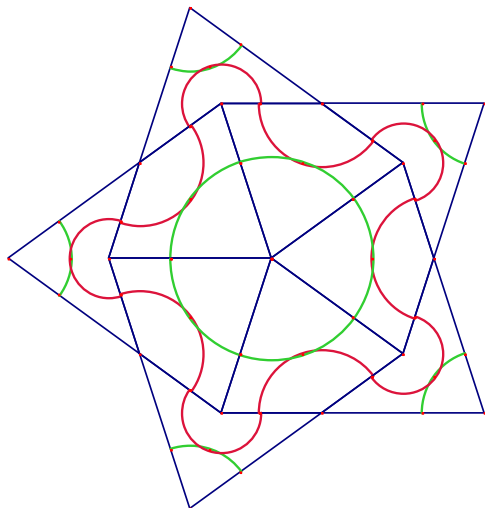
Teď můžeme přistoupit k definování makrokonstrukcí. Aktivujeme nástroj [makrokonstrukce]Vstupní objekty a označíme bod *B* a pak bod *A*. Pořadí, ve kterém je vybíráme, je podstatné - ve stejném pořadí je budeme muset zadávat, až makrokonstrukci použijeme. Dále aktivujeme nástroj [makrokonstrukce]Výstupní objekty a označíme čtyřúhelník šipka a jeho dva oblouky. Tvorbu makrokonstrukce ukončíme aktivací nástroje [makrokonstrukce]Uložit makrokonstrukci. Název bude Šipka 1 P. Během definování makrokonstrukce můžeme pro tento nástroj připravit ikonu. Také je pojmenujeme a můžeme vložit několik řádek textu jako nápovědu, název pro první výstupní objekt a makrokonstrukci ochránit heslem. (Ochrana je užitečná při výuce.)

Jakmile je makrokonstrukce definována, objeví se jako nový nástroj v sadě [makrokonstrukce]. Vyzkoušejme si naši novou makrokonstrukci. Aktivujeme nový nástroj [makrokonstrukce]Šipka 1 P a klepneme na dva body *U* a *V*. Vykreslí se šipka přiložená k bodům *U*, *V*.



OBRÁZEK 8.5 – Aplikace makrokonstrukce Šipka 1 P na body *U* a *V*

Předešlý obrázek můžeme využít i k vytvoření makrokonstrukce Drak 1 P. Těmito dvěma makrokonstrukcemi můžeme složit dlažbu „Slunce“, která má stejnou symetrickou grupu jako pravidelný pětiúhelník.



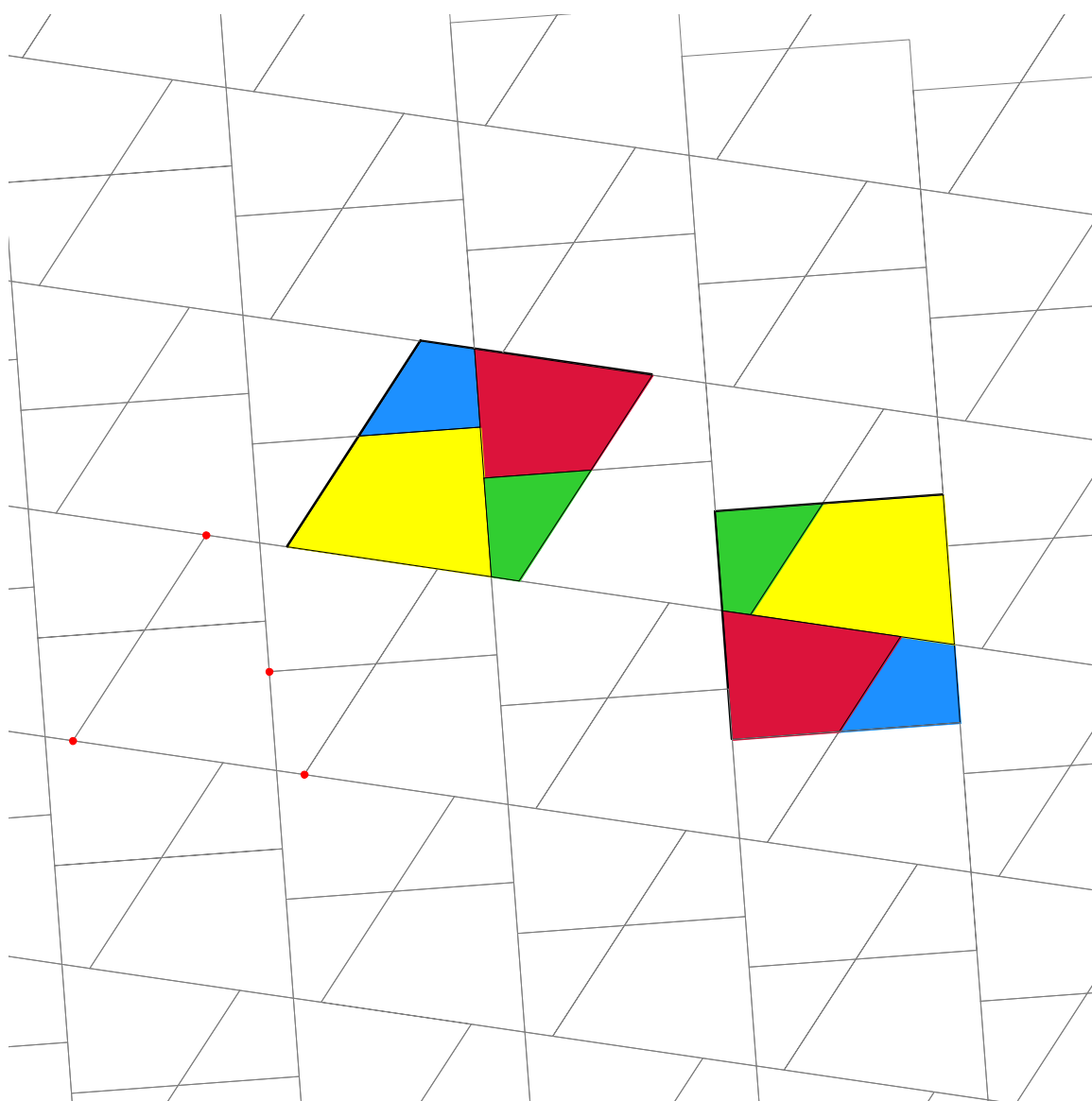
OBRÁZEK 8.6 – *Začátek dlažby „Slunce“ vytvořený našimi dvěma makrokonstrukcemi*

CVIČENÍ 14 - Vytvořte ostatních šest makrokonstrukcí zmíněných v předešlém textu a pokračujte v dláždění „Slunce“ kolem počátečních pěti draků stýkajících se ve společném středovém vrcholu.

CVIČENÍ 15 - Sestavte všech sedm možných konfigurací Penrosových dlaždic kolem společného vrcholu.

### 3. část

## Reference



# Kapitola 9

## Objekty a nástroje

V této kapitole uvedeme všechny objekty, s nimiž Cabri Geometrie pracuje, všechny možnosti jejich vytváření a jejich atributy. Atributy a postup při jejich změnách jsou podrobně probrány v 11. kapitole Atributy.

Ke všem geometrickým objektům lze připojit název. Ten je složen z alfa-numerických znaků. Jakmile je objekt vytvořen, můžeme ho okamžitě pojmenovat tak, že název napíšeme na klávesnici. Název lze připojit i později nebo ho změnit pomocí nástroje **[texty a symboly]Názvy**.

### 9.1 Bod

Základním objektem všech útvarů je bod. Cabri Geometrie pracuje s body eukleidovské roviny a speciálním způsobem zachází s body v nekoněčnu.

Nezávislý, volně pohyblivý bod v rovině lze vytvořit nástrojem **[body]Bod** tak, že klepneme do volného místa na nákresně. Takovým bodem lze pohybovat po celé nákresně (pomocí nástroje **[manipulace]Ukazovátka**).

Bod lze vytvořit i na jiných objektech (přímce, úsečce, polopřímce, vektoru, mnohoúhelníku, kružnici, oblouku, kuželosečce, množině) buď implicitně nástrojem **[body]Bod**, nebo explicitně nástrojem **[body]Bod na objektu**. Bod vytvořený tímto způsobem se může pohybovat jen po příslušném objektu.

Další možností je vytvořit bod jako průsečík dvou objektů buď implicitně nástrojem **[body]Bod**, nebo explicitně nástrojem **[body]Průsečíky**. Ve druhém případě vzniknou současně všechny průsečíky příslušných dvou objektů.

Nástrojem **[konstrukce]Střed úsečky** se sestavuje střed úsečky, střed dvojice bodů, nebo střed strany mnohoúhelníka.

Nástrojem **[konstrukce]Nanést délku** se nanáší délka na polopřímku (klepne se na číslo a na polopřímku), na vektor (klepne se na číslo a na vektor), na osu souřadnic (klepne se na číslo a na osu), na kružnici (klepne se na číslo, na kružnici a na bod kružnice), nebo na mnohoúhelník (klepne se na číslo a na mnohoúhelník). Ve všech těchto případech je vytvořen nový bod.

Bod lze sestrojít i jako obraz bodu v některém zobrazení pomocí nástrojů ze sady [zobrazení]. Nejprve klepneme na vzor a pak na elementy určující zobrazení. Jediným neafinním zobrazením v sadě [zobrazení] je kruhová inverze. V Cabri Geometrii lze inverzi přímo aplikovat jen na body.

Když nějaký nástroj očekává, že zadáme bod, můžeme to udělat buď klepnutím na existující bod, nebo vytvořením nového bodu, a to i implicitně (na objektu nebo v průsečíku). Ve druhém případě postupujeme stejně jako při použití nástroje [body]Bod.

Při vytváření přímky nebo polopřímky můžeme vytvořit druhý bod průběžně jako explicitní bod, když při umístování druhého bodu stiskneme klávesu Alt.

Atributy bodu jsou barva, značka, velikost, název (nepovinný) a obrázek (nepovinný).

## 9.2 Přímka

Cabri Geometrie pracuje s přímkami v eukleidovské rovině a připouští na nich i body v nekonečnu, pokud byla tato možnost zvolena v nastavení programu.

Nástroj [přímky]Přímka slouží k vytvoření přímky procházející daným bodem. Klepneme na bod a dalším klepnutím stabilizujeme směr přímky, kterou bylo možno pohybem kurzoru volně otáčet všemi směry.

Tímto nástrojem můžeme také proložit přímku dvěma body. Druhý bod lze vytvořit i průběžně přidržetím klávesy Alt.

V případě, kdy je přímka určena dvěma body a tyto body splynou, přestane být definována.

Nástroj [konstrukce]Kolmice a [konstrukce]Rovnoběžka slouží k sestrojení přímky rovnoběžné nebo kolmé k danému směru (určenému přímkou, polopřímkou, úsečkou, stranou mnohoúhelníka, vektorem nebo osou) a procházející daným bodem.

Nástroj [konstrukce]Osa úsečky slouží k sestrojení přímky, která je osou dvojice bodů, úsečky nebo strany mnohoúhelníka.

Nástroj [konstrukce]Osa úhlu slouží ke konstrukci přímky, která je osou daného úhlu. Postupně klepneme na tři body  $A$ ,  $B$  a  $C$  a vznikne osa úhlu  $ABC$ . Prostřední bod  $B$  je přitom vrchol úhlu, body  $A$  a  $C$  leží na jeho ramenech.

Přímku lze sestrojít i jako obraz jiné přímky v některém shodném nebo podobném zobrazení pomocí nástrojů ze sady [zobrazení].

Atributy přímky jsou barva, tloušťka, typ a název (nepovinný).

## 9.3 Úsečka

Nástroj [**přímký**]**Úsečka** slouží k vytvoření úsečky omezené dvěma body. Úsečka existuje, i když její koncové body splynou a zredukuje se na bod.

Úsečku lze sestavit i jako obraz jiné úsečky ve shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy úsečky jsou barva, tloušťka, typ, značka koncových bodů, název (nepovinný) a obrázek (nepovinný).

## 9.4 Polopřímka

Nástroj [**přímký**]**Polopřímka** slouží k vytvoření polopřímky s daným počátkem. Klepneme na bod a dalším klepnutím stabilizujeme směr polopřímky, kterou bylo možno pohybem kurzoru volně otáčet všemi směry.

Tímto nástrojem můžeme také vytvořit polopřímku s počátkem v jednom bodě procházející druhým bodem. Druhý bod lze vytvořit i průběžně přidržetím klávesy `Alt`.

V případě, kdy je polopřímka určena dvěma body a tyto body splynou, přestane být definována.

Polopřímku lze sestavit i jako obraz jiné polopřímky v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy polopřímky jsou barva, tloušťka, typ a název (nepovinný).

## 9.5 Vektor

Vektor je určen počátečním a koncovým bodem. Pracuje se s ním jako s orientovanou úsečkou, jejíž smysl je znázorněn šipkou.

Nástrojem [**přímký**]**Vektor** vytváříme vektor ze dvou bodů. Když tyto dva body splynou, určují nulový vektor.

Nástroj [**konstrukce**]**Součet vektorů** slouží ke konstrukci součtu dvou vektorů. Klepneme na dva vektory a pak na bod, v němž chceme umístit počáteční bod jejich součtu.

Vektor lze sestavit i jako obraz jiného vektoru v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy vektoru jsou barva, tloušťka, typ, název (nepovinný) a obrázek (nepovinný).

## 9.6 Trojúhelník

Trojúhelník je z geometrického hlediska mnohoúhelník se třemi vrcholy. Protože trojúhelníky jsou daleko nejužívanější mnohoúhelníky, je pro ně vyčleněn zvláštní nástroj.

Nástrojem [přímky]Trojúhelník vytváříme trojúhelník ze tří bodů. Pripouštějí se i trojúhelníky s nulovým obsahem, nebo se dvěma či třemi splývajícími vrcholy.

Trojúhelník lze sestavit i jako obraz jiného trojúhelníka v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy trojúhelníka jsou barva, tloušťka, typ čáry, barva výplně, název (nepovinný) a obrázek (nepovinný).

## 9.7 Mnohoúhelník

V matematice se pojem mnohoúhelníka definuje různými způsoby. V Cabri Geometrii budeme mnohoúhelníkem rozumět  $n$ -tici úseček

$$P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{n-1}P_n, P_nP_1$$

určenou  $n$  body ( $n \geq 3$ ). „Cabri-mnohoúhelník“ je tedy uzavřený.

Nástrojem [přímky]Mnohoúhelník vytváříme mnohoúhelník z alespoň tří bodů. Konstrukci zakončujeme buď opětovným klepnutím na první vrchol, nebo poklepnutím na poslední vrchol. Pokud všechny vrcholy leží v přímce, má mnohostěn nulový obsah a redukuje se na úsečku.

Nástrojem [přímky]Pravidelný mnohoúhelník vytváříme pravidelné konvexní mnohoúhelníky nebo hvězdicové mnohoúhelníky. Nejprve klepneme na střed mnohoúhelníka a na jeho první vrchol. Pak určíme počet jeho stran a způsob spojení jeho vrcholů stranami. V této fázi konstrukce se u kurzoru vypisuje počet vrcholů a pro hvězdicové mnohoúhelníky i interval mezi sousedními vrcholy. Tak např. 5 znamená pravidelný konvexní pětiúhelník, zatímco 10/3 pravidelný hvězdicový desetiúhelník vzniklý spojením vrcholů pravidelného desetiúhelníka v pořadí 1, 4, 7, 10, 3, 6, 9, 2, 5, 8, 1.

Mnohoúhelník lze sestavit i jako obraz jiného mnohoúhelníka v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy mnohoúhelníka jsou barva, tloušťka, typ čáry, barva výplně, název (nepovinný) a v případě čtyřúhelníka i obrázek (nepovinný).

## 9.8 Kružnice

Nástrojem [křivky]**Kružnice** vytváříme kružnice. Nejprve klepneme na střed a pak druhým klepnutím na nákresnu stabilizujeme poloměr předtím proměnlivé kružnice. Poloměr kružnice lze pak libovolně měnit.

Nástroj [křivky]**Kružnice** můžeme použít i tak, že klepneme na střed a pak na již existující bod, kterým pak bude vytvořená kružnice procházet. Tento druhý bod lze také vytvořit průběžně stisknutím klávesy `Alt`.

Kružnici lze sestrojít i jako obraz jiné kružnice v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy kružnice jsou barva, tloušťka, typ čáry, barva výplně a název (nepovinný).

## 9.9 Oblouk

Oblouk je část kružnice omezená dvěma krajními body a určená ještě jedním vnitřním bodem. Nástrojem [křivky]**Oblouk** vytváříme oblouky ze tří bodů: nejprve klepneme na jeden krajní bod, pak na vnitřní bod a nakonec na druhý krajní bod. Když tyto tři body budou ležet v přímce, zredukuje se oblouk na úsečku nebo na doplněk úsečky do přímky (přímka s mezerou) podle toho, v jakém pořadí jsou body na přímce umístěny.

Oblouk lze sestrojít i jako obraz jiného oblouku v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy kružnice jsou barva, tloušťka, typ čáry, barva výplně (příslušné kruhové úseče) a název (nepovinný).

## 9.10 Kuželosečka

Cabri Geometrie pracuje se všemi typy regulárních kuželoseček v eukleidovské rovině (elipsy, paraboly, hyperboly) i se singulárními kuželosečkami složenými ze dvou přímek.

Nástrojem [křivky]**Kuželosečka** vytváříme kuželosečku procházející pěti body. Leží-li čtyři z bodů v přímce nebo jsou-li dva z bodů totožné, kuželosečka nevznikne. Když však v přímce leží jen tři z bodů, vznikne singulární kuželosečka složená ze dvou přímek.

Kuželosečku lze sestrojít i jako obraz jiné kuželosečky v některém shodném nebo podobném zobrazení.

Atributy kuželosečky jsou barva, tloušťka, typ čáry a název (nepovinný).

## 9.11 Množina

Cabri Geometrie vytváří pod názvem „množina“ různé typy objektů. Obecně řečeno se množina skládá ze všech poloh objektu  $A$ , ve kterých se může vyskytovat, když se bod  $M$  pohybuje po určitém objektu.

Množinu vytváříme nástrojem [konstrukce]Množina tak, že nejprve klepneme na objekt  $A$  a pak na bod  $M$  pohyblivý po určitém objektu.

Jako objekt  $A$  můžeme vzít bod, přímkou, polopřímku, úsečku, vektor, kružnici, oblouk nebo kuželosečku. Jako bod  $M$  může sloužit pohyblivý bod ležící na objektu kteréhokoliv z právě uvedených typů i na množině, nebo také volně pohyblivý mřížový bod.

Objekt  $A$  může být i množina, pak vytváříme množinu množin. V tomto případě však může složitost obrázku způsobit zhoršení kvality výsledku a program vypíše varování.

Když je objekt  $A$  přímka, kružnice, nebo kuželosečka, vykreslí se buď obálka všech poloh objektu, nebo celá množina poloh objektu podle toho, je-li v okně Nastavení prostředí na kartě Množiny zaškrtnuto okénko pouze obálky (viz 12. kapitola Nastavení programu.)

Když je objekt  $A$  polopřímka, úsečka, vektor, oblouk, nebo množina, vykreslí se vždy celá množina poloh objektu.

Na uvedené kartě se nastavuje i počet zobrazených poloh a v případě množin bodů, zda jimi má být proložena souvislá křivka.

Atributy množiny jsou barva, tloušťka, typ čáry, název (nepovinný) a atributy nastavitelné na kartě (zda obálka, počet poloh a zda spojit křivkou).

## 9.12 Zobrazení

V Cabri Geometrii nejsou zobrazení pojata jako explicitní typy objektů. Zobrazení se tu provádějí pomocí nástrojů. Každý nástroj realizující některé zobrazení očekává zadání příslušných prvků, které zobrazení určují (střed, osa, úhel, ...). V Cabri Geometrii jsou k dispozici obvyklá shodná a podobná zobrazení (posunutí, osová a středová souměrnost, otočení a stejnolehlost) a také kruhová inverze.

U každého typu zobrazení je nutno nejprve zadat objekt, který zobrazujeme, a teprve pak prvky definující zobrazení.

Zobrazovat lze všechny geometrické objekty s výjimkou množin. V kruhové inverzi lze přímo zobrazovat pouze body, ostatní objekty ve spolupráci s nástrojem [konstrukce]Množina.

Nástroj [zobrazení]**Osová souměrnost** zobrazí objekt v pravouhlé souměrnosti podle dané osy souměrnosti, kterou může být přímka, polopřímka, úsečka, vektor, strana mnohoúhelníka nebo osa souřadnic. Nejprve klepneme na zobrazovaný objekt a pak na osu souměrnosti.

Nástroj [zobrazení]**Středová souměrnost** zobrazí objekt v souměrnosti podle daného bodu (neboli v otočení o  $180^\circ$  kolem daného bodu). Nejprve klepneme na zobrazovaný objekt a pak na střed souměrnosti.

Nástroj [zobrazení]**Posunutí** zobrazí objekt v posunutí o daný vektor. Nejprve klepneme na zobrazovaný objekt a pak na vektor určující posunutí.

Nástroj [zobrazení]**Otočení** zobrazí objekt v otočení kolem daného bodu o daný úhel. Nejprve klepneme na zobrazovaný objekt a pak (v libovolném pořadí) na úhel (na číslo v nákresně nebo na značku úhlu) a na střed otočení.

Nástroj [zobrazení]**Stejnolehlost** zobrazí objekt ve stejnolehlosti s daným středem a koeficientem. Nejprve klepneme na zobrazovaný objekt a pak (v libovolném pořadí) na číslo v nákresně, vyjadřující koeficient, a na střed stejnolehlosti.

Nástroj [zobrazení]**Kruhová inverze** zobrazí bod v inverzi podle dané kružnice. Klepneme na zobrazovaný bod a na kružnici určující inverzi. Jiné objekty lze v kruhové inverzi zobrazovat v kombinaci s nástrojem [konstrukce]**Množina**.

## 9.13 Makrokonstrukce

Při definování makrokonstrukce vycházíme z hotového obrázku. Když byla makrokonstrukce definována, můžeme ji používat stejným způsobem jako ostatní nástroje a aplikovat vloženou konstrukci na zadané vstupní objekty.

Můžeme si třeba definovat makrokonstrukci, která bude sestavovat čtverec z dané úhlopříčky. Nejprve tuto konstrukci provedeme, pak označíme vstupní objekty (v našem případě úhlopříčku) a výstupní objekty (v našem případě čtverec) a nakonec makrokonstrukci uložíme. Do sady [makrokonstrukce] tak přidáme nový nástroj a když ho později aktivujeme a klepneme na úsečku, vznikne čtverec s touto úhlopříčkou. Pomocné objekty sestavené při konstrukci zůstanou skryty.

Než definujeme makrokonstrukci, musí být již provedena konstrukce, kterou do ní chceme uložit. Na obrazovce máme příslušný obrázek, aktivujeme [makrokonstrukce]**Vstupní objekty** a postupně označujeme vstupní objekty. Až makrokonstrukci použijeme, budeme pak muset u vstupních objektů stejného druhu dodržet pořadí, ve kterém jsme je zadávali. U vstup-

ních objektů různého druhu na pořadí nezáleží. Při zadávání vstupních objektů se všechny označené objekty zvýrazní hemžením. Z kolekce vstupních objektů je můžeme vyřadit tak, že na ně opět klepneme.

Až ukončíme zadávání vstupních objektů, aktivujeme [**makrokonstrukce**] **Výstupní objekty** a zadáváme výstupní objekty stejně, jako jsme zadávali vstupní. Dokud není makrokonstrukce uložena, lze kolekce vstupních i výstupních objektů měnit.

Definování makrokonstrukce uzavřeme nástrojem [**makrokonstrukce**] **Uložit makrokonstrukci**. Program nejprve prověří, jsou-li výstupní objekty jednoznačně určeny vstupními objekty. Není-li tomu tak, makrokonstrukce nebude definována a zobrazí se chybové hlášení Výstupní objekty této makrokonstrukce nejsou vstupními objekty určeny. Je-li makrokonstrukce konzistentní, zobrazí se dialogové okno umožňující uživateli zadat další prvky. Povinný je jen název makrokonstrukce, ostatní jsou nepovinné.

- **Název konstrukce.** Pod tímto názvem bude makrokonstrukce uvedena v nabídce sady [**makrokonstrukce**].
- **Hlášení prvního výstupního objektu.** Tento text se vypíše u kurzoru, když se na nákrese dostane k objektu, který byl označen první jako výstupní objekt. Je-li například výstupním objektem makrokonstrukce tečna ke kružnici, můžeme tak zařídit, aby se pak hlásila třeba jako tato tečna.
- **Nápověda.** Text vepsaný do tohoto pole lze po aktivování makrokonstrukce zobrazí v okně nápovědy.
- **Heslo.** Když připojíme k makrokonstrukci heslo, nebudou se její pomocné objekty zobrazovat v okně Zápis konstrukce (otevírá se klávesou F10).

V jiné části dialogového okna můžeme pro makrokonstrukci vytvořit ikonu. Když zaškrtneme okénko Uložit do souboru..., bude makrokonstrukce uložena do samostatného souboru. Makrokonstrukce se ukládá jak s obrázkem, na jehož základě byla vytvořena, tak s každým obrázkem, kde byla použita. Makrokonstrukce uložená v obrázku je dostupná ve všech obrázcích, které jsou otevřeny současně s ním.

Když ukončíme definici makrokonstrukce, které jsme dali stejný název, jako už má jiná makrokonstrukce v této sadě, nabídne nám program na výběr buď rozšíření nebo přepsání starší makrokonstrukce. Volit rozšíření má smysl, jen když se kolekce vstupních objektů obou makrokonstrukcí liší. V tomto případě vznikne pod stejným názvem makrokonstrukce, která sdruží funkce obou. Program pak podle toho, jaké při jejím použití dostane vstupní objekty, vytvoří příslušné výstupní objekty.

Typickým využitím je rozšíření makrokonstrukce, která má jako vstupní

parametry např. dva body, jinou makrokonstrukcí, která má jako vstupní parametr úsečku, přičemž obě mají stejné výstupní parametry. Rozšířená makrokonstrukce pak funguje podobně jako standardní nástroje [konstrukce]Osa úsečky a [konstrukce]Střed úsečky, které připouštějí jako vstup úsečku i dvojici bodů.

Makrokonstrukci pak aplikujeme tak, že ji aktivujeme jako příslušný nástroj ze sady [makrokonstrukce] a klepneme na vstupní objekty. Automaticky se pak provede konstrukce a zobrazí se výstupní objekty. Pomocné objekty zůstanou skryty a nelze je zobrazit nástrojem [atributy]Zobrazit / Skrýt.

Při aplikaci makrokonstrukce lze objekt určit jako *implicitní argument* přidržením klávesy `Alt`, když na něj klepneme. Při dalších použitích téže makrokonstrukce nemusíme na tento objekt klepnout, abychom ho zadali jako vstupní objekt – bude zadán automaticky.

Očekává-li např. makrokonstrukce na vstupu dva body a kružnici a při jejím některém použití klepneme na dva body, pak přidržíme klávesu `Alt` a přitom klepneme na kružnici, při dalších aplikacích stačí klepnout na dva body a tato kružnice bude zadána automaticky.

Pokud nemají výstupní objekty stejné atributy, jako jsou implicitní atributy nastavené v okamžiku definování makrokonstrukce, budou uloženy spolu s makrokonstrukcí a uplatní se, až bude makrokonstrukce užívána.

## 9.14 Čísla

Čísla zobrazovaná na nákresně jsou desetinná čísla a lze k nim přiřadit jednotky. Čísla se zobrazují jako dynamické elementy v rámci textů. (Viz oddíl 9.17 Texty.) Při vytváření čísla program vytvoří text, jehož obsahem je toto číslo. Texty lze dále editovat.

Nástroj [texty a symboly]Čísla umožňuje vkládat čísla přímo na nákresnu. Čísla lze pak editovat a rozpohybovat. Hodnotu čísel lze měnit šipkami vpravo od něho a také rozpohybováním. Přitom se mění jen číslice vlevo od kurzoru editačního okénka. Když je např. zobrazeno číslo 30,29 a kurzor je mezi 2 a 9, šipkami budeme měnit hodnotu po krocích  $\pm 0,1$ .

Nástroj [měření]Vzdálenost a délka zobrazí číslo, které udává vzdálenost dvou bodů, bodu od přímky nebo bodu od kružnice, délku úsečky, vektoru, kružnice, oblouku nebo elipsy a obvod mnohoúhelníka. Výsledek je uveden v *cm* jako základní jednotce délky.

Nástroj [měření]Obsah zobrazí číslo, které udává obsah mnohoúhelníka, kružnice a elipsy. Výsledek je uveden v *cm<sup>2</sup>* jako základní jednotce obsahu.

Nástrojem [měření]Směrnice určíme směrnici přímky, polopřímky, úsečky a vektoru. Jde o bezrozměrnou hodnotu.

Nástrojem [měření]Úhel měříme velikost úhlu. Zadáváme ho buď klepnutím na tři body  $A$ ,  $O$  a  $B$  v tomto pořadí, kde  $O$  je vrchol a body  $A$ ,  $B$  leží na ramenech, nebo klepnutím na značku úhlu.

Nástroj [měření]Výpočty provádí výpočty s čísly zobrazenými na ná-kresně, s konstantami  $\pi$  a  $\text{infinity}$  a s přímo vkládanými čísly. Užívají se zde obvyklé operace  $x + y$ ,  $x - y$ ,  $x \cdot y$ ,  $x / y$ ,  $-x$ ,  $x^y$  a závorky. Kalkulačka pracuje s následujícími standardními funkcemi:  $\text{abs}(x)$ ,  $\text{sqrt}(x)$ ,  $\text{sin}(x)$ ,  $\text{cos}(x)$ ,  $\text{tan}(x)$ ,  $\text{arcsin}(x)$ ,  $\text{arccos}(x)$ ,  $\text{arctan}(x)$ ,  $\text{sinh}(x)$ ,  $\text{cosh}(x)$ ,  $\text{tanh}(x)$ ,  $\text{arcsinh}(x)$ ,  $\text{arccosh}(x)$ ,  $\text{arctanh}(x)$ ,  $\text{ln}(x)$ ,  $\text{log}(x)$ ,  $\text{exp}(x)$ ,  $\text{min}(x, y)$ ,  $\text{max}(x, y)$ ,  $\text{ceil}(x)$ ,  $\text{floor}(x)$ ,  $\text{round}(x)$ ,  $\text{sign}(x)$ ,  $\text{random}(x, y)$ . Přitom jsou akceptovány i ně- které modifikace zápisu, jako např. velká počáteční písmena,  $\text{asin}$ ,  $\text{sh}$ ,  $\text{ash}$ ,  $\text{argsh}$ , ...

Inverzní funkce lze aktivovat kombinací tlačítka  $\text{inv}$  s tlačítkem funkce. Chceme-li např. pracovat s funkcí  $\text{arcsin}$ , klepneme na tlačítko  $\text{inv}$  a pak na tlačítko  $\text{sin}$ . Podobně  $\text{inv}+\text{sqrt}$  dává  $\text{sqr}$ ,  $\text{inv}+\text{ln}$  dává  $\text{exp}$  ( $e^x$ ) a  $\text{inv}+\text{log}$  dává  $10^x$ .

Kromě obvyklých operací a funkcí, které není třeba popisovat, zde máme k dispozici funkce

$\text{floor}(x)$ , jejíž hodnota je největší celé číslo menší než nebo rovné  $x$ ,  
 $\text{ceil}(x)$ , jejíž hodnota je nejmenší celé číslo větší než nebo rovné  $x$ ,  
 $\text{round}(x)$ , jejíž hodnota je celé číslo nejbližší k  $x$ ,  
 $\text{sign}(x)$ , jejíž hodnota je  $-1$ ,  $0$  nebo  $1$  podle toho, je-li  $x$  záporné, nula nebo kladné, a  
 $\text{random}(x, y)$ , jejíž hodnota je náhodné číslo z intervalu  $[x, y]$ .

Abychom se přesvědčili, že hodnota funkce  $\text{random}(x, y)$  se mění při změnách obrázku, můžeme do jednoho z argumentů zavést nějaký para- metr z obrázku, dokonce ani nemusí mít vliv na hodnotu argumentu. Mů- žeme vzít třeba funkci  $\text{random}(0, 1 + 0 * a)$ , kde  $a$  je číslo odvozené z někte- rého nezávislého objektu v obrázku.

Tlačítkem  $=$  vyčíslíme výsledek. Ten pak můžeme myší vytáhnout a umístit kamkoliv na ná-kresnu. Bude se pak měnit v závislosti na změnách obrázku.

Nástrojem [měření]Vyčíslit výraz počítáme hodnoty výrazů zobraze- ných na ná-kresně. Nejprve klepneme na výraz, pak pro každou promě- nou na číslo v ná-kresně. Dejme tomu, že chceme vyčíslit hodnotu výrazu  $3 * x + 2 * y - 1$ . Klepneme na něj a nástroj pak očekává číslo, které dosadí za  $x$ , a druhé za  $y$ . Vznikne tak další číslo, které můžeme umístit kamkoliv na ná-kresnu a použít je v dalších výpočtech.

Jak již bylo řečeno, čísla jsou na ná-kresně zobrazena ve formě textu, a sdílejí tedy grafické atributy textu. (Viz atributy textu v oddíle 9.17 Texty.) Kromě nich mají čísla ještě jeden specifický atribut, a to počet platných de- setinných míst, které se zobrazují.

## 9.15 Vlastnosti

Vlastnosti se na nákresně zobrazují jako texty. Podobně jako čísla se aktualizují při změnách obrázku. Texty vlastností lze editovat.

Nástrojem **[vlastnosti]V přímce?** testujeme, leží-li tři dané body v přímce. Příslušná textová zpráva je buď *Leží v přímce*, nebo *Neleží v přímce*.

Nástrojem **[vlastnosti]Rovnoběžně?** testujeme, jsou-li dva směry rovnoběžné. Každý směr může být dán přímkou, polopřímkou, úsečkou, vektorem, stranou mnohoúhelníka nebo osou souřadnic. Příslušná textová zpráva je buď *Jsou rovnoběžné* nebo *Nejsou rovnoběžné*.

Nástrojem **[vlastnosti]Kolmo?** testujeme kolmost dvou směrů. Funguje podobně jako nástroj **[vlastnosti]Rovnoběžně?**

Nástroj **[vlastnosti]Stejně vzdálen?** očekává, že postupně klepneme na tři body  $O$ ,  $A$  a  $B$  a testuje, rovnají-li se vzdálenosti  $OA$  a  $OB$ . Příslušná textová zpráva je buď *Je stejně vzdálen*, nebo *Není stejně vzdálen*.

Nástroj **[vlastnosti]Na objektu?** očekává, že klepneme na bod a na objekt jiného druhu a testuje, leží-li bod na objektu. Příslušná textová zpráva je buď *Leží na objektu*, nebo *Neleží na objektu*.

Textové hlášení vlastnosti sdílí atributy textu, jehož je částí. (Viz atributy textu v oddíle 9.17 Texty.)

## 9.16 Výrazy

Výraz je text obsahující syntakticky správný výraz kalkulátoru, tj. funkci jedné nebo více proměnných. Pro proměnné se připouštějí názvy  $a$ ,  $b$ , ...,  $z$  (malá písmena).

Nástrojem **[texty a symboly]Výrazy** vkládáme nové výrazy. Výrazy lze editovat jako text. Syntaxe se kontroluje teprve, až je výraz vyčíslován. (Viz předešlý oddíl o číslech.)

Výrazy lze vyčíslovat pro různé hodnoty jeho proměnných užitím nástroje **[měření]Vyčíslit výraz**. Tento nástroj očekává, že klepneme na výraz a pak pro každou proměnnou na číslo. Jde-li o výraz  $f(x)$  jedné proměnné  $x$ , lze tímto nástrojem klepnout na výraz a na osu souřadnic, čímž se vykreslí graf funkce  $y = f(x)$ .

Atributy výrazu jsou font písma, jeho zarovnání a barvy pozadí, orámování a písma.

## 9.17 Texty

Text je obdélník, do něhož se vkládají „statické“ znaky i „dynamické“ elementy. Dynamické elementy se aktualizují s proměnnými obrázku a jsou to čísla a vlastnosti vypsané na nákresně. Všechny texty na nákresně lze měnit.

Nástroje pro práci s čísly a s vlastnostmi vlastně vytvářejí texty, jejichž obsahem jsou čísla nebo vlastnosti. Když změříme vzdálenost dvou bodů  $A$  a  $B$ , můžeme před naměřenou hodnotu přidat třeba znaky „ $AB =$ “.

Nástrojem [texty a symboly]Texty lze vytvářet texty. K nim se pak dají přidávat dynamické elementy jako čísla a vlastnosti.

Nástroj [měření]Souřadnice a rovnice vytváří texty, které udávají souřadnice bodů a rovnice přímk, kružnic, kuželoseček a množin. Souřadnice bodů mají formu textu, jako např. (3,14; 2,07). Rovnice jsou zobrazovány jako algebraické rovnice ve tvaru, který lze vybrat z několika variant při nastavování programu:

$ax + by + c = 0$  nebo  $y = ax + b$  pro přímky,  
 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  nebo  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  pro kružnice,  
 $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$  nebo  $(x - x_0)^2 / a^2 \pm (y - y_0)^2 / b^2 = \pm 1$   
pro kuželosečky.

Pro rovnice množin používáme numerický algoritmus, jehož výstupem jsou algebraické funkce stupně nejvýše 6. U množin obsahujících body s velmi rozdílnými hodnotami dochází s rostoucím stupněm velmi rychle k numerickým chybám. Výsledek programu je třeba brát s určitou nedůvěrou. K získání správné rovnice doporučujeme zejména omezit definiční obor množiny. Je-li např. množina generována bodem probíhající přímku, dosáhneme lepšího výsledku, když bod omezíme na úsečku.

Pokud je na nákresně více soustav souřadnic, nástroj [měření]Souřadnice a rovnice vyžaduje, abychom klepli na relevantní osu.

Atributy textu jsou font písma, jeho velikost, styl a zarovnání a barvy pozadí, orámování a písma. Rovnice mají jiné atributy: typ rovnice a soustavu souřadnic.

## 9.18 Vyznačit úhel

Oblouček vyznačující úhel se vytváří nástrojem [texty a symboly]Vyznačit úhel. Postupně klepneme na tři body  $A$ ,  $O$  a  $B$ , kde  $O$  je vrchol a body  $A$  a  $B$  leží na ramenech úhlu. V případě pravého úhlu oblouček změní tvar.

Nástrojem [manipulace]Ukazovátka lze tahem myši měnit poloměr obloučku a také vyznačit konkávní úhel. K tomu stačí protáhnout značku vrcholem na druhou stranu.

Atributy značky úhlu jsou barva, tloušťka, typ značky, typ čáry a název (nepovinný).

## 9.19 Osy souřadnic

Osy souřadnic se skládají z bodu (počátek), ze dvou přímek procházejících počátkem a z jednotkových značek na každé z nich.

V každém obrázku je implicitní soustava souřadnic. Počátek je uprostřed nákresny, osy jsou na sebe kolmé a jednotky mají délku 1 *cm*.

Nástroji **[atributy]Zobrazit osy** a **[atributy]Skrýt osy** implicitní osy zobrazujeme nebo skrýváme.

Nástroj **[atributy]Nové osy** vytvoří nové osy, když klepneme na počátek, na bod jedné osy a na bod druhé osy.

Atributy os souřadnic jsou barva, tloušťka a typ čáry a typ soustavy souřadnic (kartézská nebo polární).

## 9.20 Mřížové body

Soustava mřížových bodů je odvozena od aktuální soustavy souřadnic. Jde o síť bodů s celočíselnými souřadnicemi, které jsou pravidelně rozloženy po celé nákresně.

Mřížové body vytvoříme nástrojem **[atributy]Mřížové body**. Stačí klepnout na osu příslušné soustavy souřadnic.

Atributy mřížových bodů jsou jejich barva a typ soustavy souřadnic (kartézská nebo polární).

## 9.21 Tabulky

Tabulky užíváme k ukládání a prezentaci čísel získaných z nákresny. V obrázku může být pouze jedna tabulka.

Tabulky vytváříme nástrojem **[měření]Tabulky**. Prvním klepnutím vytvoříme prázdnou tabulku u kurzoru. Její rozměry můžeme upravit táhnutím za pravý dolní roh. Když pak klepeme na čísla umístěná na nákresně, kopírují se do prvního řádku tabulky. Pokud jim předchází text, zkopíruje se do záhlaví sloupců.

Měníme pak obrázek a při každém stisknutí klávesy **Tab** vznikne další řádek tabulky obsahující aktuální hodnoty veličin v příslušných sloupcích. Označíme-li tabulku před aktivací pohybu, bude se tabulka plnit automaticky v pravidelných časových intervalech. Může mít až 1000 řádků. Označíme-li tabulku a pak aktivujeme **[Upravit]Kopírovat**, zkopírujeme numerický obsah tabulky do schránky a můžeme ho pak vložit do některého tabulkového procesoru, např. do programu Microsoft® Excel a analyzovat uložená data.

# Kapitola 10

## Výzkumné nástroje

### 10.1 Stopa

Nástroj [texty a symboly]**Stopa Ano / Ne** umožňuje uživateli, aby určil objekty, které budou při změnách obrázku za sebou zanechávat stopu svého pohybu. Když je tento nástroj aktivní, objekty určené k zanechávání stopy jsou zvýrazněny hemžením. Objekt lze k této kolekci přidat, nebo z ní odebrat jeho označením nebo odznačením (podobně jako vstupní a výstupní objekty makrokonstrukcí nebo skryté a zobrazené objekty).

Při proměnách obrázku zanechávají určené objekty za sebou stopu své průběžné polohy, což uživateli umožňuje zkoumat, jakým způsobem se pohybují.

### 10.2 Upevnit / Uvolnit

Nástrojem [texty a symboly]**Upevnit / Uvolnit** fixujeme polohu bodu, který se mohl pohybovat volně po nákresně nebo po určitém objektu. Když je nástroj aktivní, jsou fixované body zvýrazněny pomocí připínáčků.

Při upevnění bodu ztratí pohyblivost nejen sám tento bod, ale i všechny objekty použité při jeho konstrukci.

### 10.3 Předefinovat objekt

Předefinování je silný prostředek, který umožňuje uživateli měnit definici objektů, jejichž konstrukce již byla ukončena. Když chce uživatel například změnit metodu konstrukce nebo změnit počet stupňů volnosti některého objektu, nemusí začínat znovu od začátku.

K předefinování objektu aktivujeme nástroj [konstrukce]**Předefinovat objekt** a klepneme na objekt. Zobrazí se nabídka možností nové definice objektu, z nichž si některou vybereme.

## 10.4 Pohyb

Nástroje [texty a symboly]Pohyb objektu a [texty a symboly]Pohyb více objektů slouží k uvedení jednoho nebo několika objektů v obrázku do pohybu. Uživatel „vypustí“ jeden nebo několik objektů na dráhu, kterou určí.

K uvedení jednoho objektu do pohybu aktivujeme nástroj [texty a symboly]Pohyb objektu, klepneme na objekt, ale ponecháme stisknuté tlačítko a myši kurzor pomalu odtáhneme kousek od objektu. Objeví se „pružina“, kterou uživatel tahem myši natahuje, čímž určuje směr a rychlost pohybu. Pohyb se spustí při povolení tlačítka myši. Zastavit ho lze buď aktivací jiného nástroje nebo klepnutím na volné místo v nákresně.

K uvedení většího počtu objektů do pohybu aktivujeme nástroj [texty a symboly]Pohyb více objektů. Objeví se panel, jehož prostřednictvím přikládáme (vlevo nahoře), nebo rušíme pružiny (vpravo nahoře), spouštíme a zastavujeme pohyb (vlevo dole), nebo vracíme obrázek do původní polohy (vpravo dole). Jeden konec pružiny určíme klepnutím na objekt, druhý konec, který definuje směr a rychlost pohybu, dalším klepnutím. Od pohybu jednoho objektu se postup trochu liší v tom, že při natahování pružiny nemusíme držet tlačítko myši. Parametry pohybu více objektů si program pamatuje, i když nástroj přestane být aktivní, nebo když obrázek uložíme. Stejný pohyb pak můžeme opět spustit, když nástroj opět aktivujeme, nebo když obrázek v budoucnu opět otevřeme.

## 10.5 Ukládání série obrázků

Nabídkou [Série] ukládáme jednotlivé fáze vývoje obrázku, což uživateli například umožňuje analyzovat strategie, které žák použil při řešení úlohy. Uložené série lze tisknout, a to i několik obrázků na stránku.

## 10.6 Zápis konstrukce

Klávesou F10 otevíráme a zavíráme okno, v němž je obrázek popsán v textové formě. Jsou v něm zapsány všechny kroky jeho vzniku v tom pořadí, jak byly provedeny. Když v okně klepneme na některý objekt, zvýrazní se v okně tučným písmem spolu s objekty, které byly použity při jeho konstrukci, a zvýrazní se i v obrázku. Objektům, které nemají ještě název, ho můžeme v tomto okamžiku přiřadit, objekt také můžeme smazat.

Obsah okna lze přes schránku zkopírovat jako text do jiných aplikací. Slouží k tomu nabídka, která se zobrazí po stisknutí pravého tlačítka myši. Z této nabídky lze také volit zobrazení skrytých objektů a zobrazení pomocných objektů makrokonstrukcí (případně vázaných heslem zadaným při ukládání makrokonstrukce).

# Kapitola 11

## Atributy

Atributy lze objektům přidělovat několika způsoby:

- pomocí nástrojů ze sady [atributy],
- pomocí nabídky, která se zobrazí, když na objekt klepneme pravým tlačítkem myši,
- pomocí panelu atributů, který zobrazíme volbou položky [Nastavit] Zobrazit panel grafiky nebo klávesou F9,
- pomocí karty Vzhled objektů v okně Nastavení. (Tento způsob slouží k nastavení implicitních atributů nových objektů, které získávají při svém vzniku, a k úpravě atributů označených objektů. Podrobněji je popsán ve 12. kapitole Nastavení programu.)

### 11.1 Barva čáry

Jde o barvu bodů, čar a orámování textů.

Barvu měníme nástrojem [atributy]Barva čáry tak, že si vybereme barvu na zobrazené paletě a pak klepneme na objekty, které chceme touto barvou přebarvit.

Barvu lze měnit také nástrojem  z panelu grafiky. Nejprve objekty označíme, pak aktivujeme nástroj a zvolíme barvu.

Barvu lze také namíchat numericky. To se provádí volbou položky Namíchat barvu z nabídky, která se vypíše, když na objekt klepneme pravým tlačítkem myši. Objeví se pak tři položky červená, zelená, a modrá složka a program pro každou položku očekává klepnutí na číslo, které je na nákrasně. Mezi intenzitou  $i$  barevné složky (v intervalu  $[0, 1]$ ) a číslem  $x$  z nákrasny je dána „pilovitou“ funkcí, která na intervalu  $[0, 1]$  lineárně roste od 0 do 1 ( $i(x) = x$ ), na intervalu  $[1, 2]$  lineárně klesá od 1 do 0 ( $i(x) = 2 - x$ ), a má periodu 2. Tak např. číslo 7,36 odpovídá stejné intenzitě jako čísla 5,36, 3,36, 1,36, -0,64, ... díky periodicitě 2. Číslo 1,36 z intervalu  $[1, 2]$  dává stejnou intenzitu jako  $2 - 1,36 = 0,64$ .

Složky, které přitom nedefinujeme, si podrží svou původní hodnotu. Označíme-li trojici hodnot ( $C, Z, M$ ), dá  $(0, 0, 0)$  černou barvu,  $(1, 1, 1)$  bílou,  $(a, a, a)$  odstíny šedé,  $(1, 0, 0)$  červenou,  $(0, 1, 0)$  zelenou,  $(0, 0, 1)$  modrou,  $(1, 1, 0)$  žlutou,  $(1, 0, 1)$  fialovou,  $(0, 1, 1)$  zelenomodrou.

## 11.2 Barva výplně

Týká se kružnic (příslušný kruh), oblouků (příslušná úseč), mnohoúhelníků a textů (obdélníkové pozadí).

Výplň vybarvíme nástrojem [atributy]Barva výplně tak, že si vybereme barvu na zobrazené paletě a pak klepneme na objekty, které chceme touto barvou vyplnit. Když použijeme tu barvu, kterou výplň již má, tak výplň odstraníme.

Výplň lze vybarvit také nástrojem  z panelu grafiky. Nejprve objekty označíme, pak aktivujeme nástroj a zvolíme barvu.

Výplň lze vybarvit i barvou namíchanou numericky stejně, jako bylo popsáno v předešlém odstavci. Výplň lze pomocí pravého tlačítka přepínat z průhledné na neprůhlednou a obráceně.

Barva průniku překrývajících se objektů je dána pořadím, jak se objekty postupně vrství. Když na objekt poklepeme, překryje ostatní. Barva průhledného objektu se skládá s barvou jeho podkladu tak, že se v každé ze tří složek vezme maximální hodnota. Tak např. žlutá s modrozelenou dává modrou.

## 11.3 Barva písma

Týká se barvy znaků v textu.

Barvu písma měníme nástrojem [atributy]Barva písma tak, že si vybereme barvu na zobrazené paletě a pak klepneme na texty, které chceme touto barvou přebarvit.

Barvu lze měnit také nástrojem **A** z panelu grafiky. Nejprve texty označíme, pak aktivujeme nástroj a zvolíme barvu.

## 11.4 Typ a velikost značky bodu

Velikost značek bodů měníme nástrojem [atributy]Tloušťka čáry. Obdobný nástroj je k dispozici i na panelu grafiky.

Typ značky bodu měníme nástrojem [atributy]Typ značky a také z panelu grafiky.

## 11.5 Typ a tloušťka čáry, zkrácené přímký

Typ čáry (plná, čárkovaná, tečkovaná) a její tloušťka (slabá, střední, silná) se mění pomocí nástrojů [atributy]Typ čáry a [atributy]Tloušťka čáry a také z panelu grafiky.

Přímký a polopřímký můžeme zobrazit buď v celé nákresně, nebo jen v určité její oblasti (zkrácené přímký). Program zkrátí přímký s ohledem na body, které jsou na nich vyznačeny. Přesah se nastavuje na kartě Vzhled objektů v okně Nastavit prostředí. Délku zkrácených přímek pak může uživatel měnit i tahem myši na nákresně. Pro vzhled zkrácených přímek jsou dvě možnosti: se šipkami a bez nich.

## 11.6 Písmo a zarovnání

Po klepnutí pravým tlačítkem myši na text se nabídne jeho zarovnání (doleva, doprava, na střed) textu. V otevřeném editačním okénku se nabídne pro označený úsek textu změna fontu, velikosti a stylu písma. Každý znak může dostat jiné atributy.

Atributy písma lze upravovat i po volbě položky [Nastavit]Písmo...

## 11.7 Rovnice a počet desetinných míst

Přesnost, se kterou se implicitně zobrazují čísla, se nastavuje v okně Nastavit prostředí. U označeného čísla lze počet zobrazených desetinných míst měnit také klávesami + a -.

Typ a tvar rovnic objektů lze měnit pomocí nabídky, která se zobrazí po klepnutí pravým tlačítkem myši, a také v okně Nastavit prostředí.

## 11.8 Obrázek připojený k objektu

V Cabri Geometrii lze k bodům, úsečkám, trojúhelníkům, čtyřúhelníkům a také jako pozadí nákresny připojovat bitmapové obrázky (ve formátech GIF, JPG nebo BMP). Uživatel tak dostává možnost dát těmto objektům netradiční vzhled podle vlastního vkusu.

V případě trojúhelníka má obrázek tvar rovnoběžníka, jehož tři vrcholy souhlasí s vrcholy tohoto trojúhelníka.

Připojení obrázku se provádí pomocí nabídky, která se zobrazí po klepnutí pravým tlačítkem myši na objekt, resp. do volného místa nákresny v případě pozadí nákresny. Z nabídky si uživatel může vybrat několik připravených obrázků (displeje kalkulaček TI-83, TI-89 a TI-92), nebo otevření souboru formátu GIF, JPG nebo BMP někde uloženého. Pomocí této nabídky lze i odstranit obrázek připojený k objektu.

# Kapitola 12

## Nastavení programu

### 12.1 Nastavení prostředí

V dialogovém okně Nastavení prostředí lze nastavovat atributy nových i již existujících objektů a parametry programu. Po volbě položky [Nastavit]Nastavit prostředí... se zobrazí několik karet, které v dalších odstavcích podrobně popíšeme.

Tlačítkem Nastavení od dodavatele obnovíme nastavení, které měl program bezprostředně po instalaci.

Na kartách, kde se upravují atributy objektů, jsou u tlačítka Použít pro dvě okénka, v nichž můžeme zaškrtnout, chceme-li nově zadané atributy dát předem označeným objektům nebo novým objektům.

V dolní části okna společně všem kartám je tlačítko Uložit do souboru... Když na ně klepneme, můžeme aktuální nastavení programu uložit do souboru s příponou .ini. Toto nastavení pak aktivujeme, když tento soubor otevřeme volbou položky [Soubor]Otevřít...

Klepnutím na tlačítko Storno zavřeme dialogové okno, aniž budou provedeny změny, a v platnosti zůstane dosavadní nastavení. Klepnutím na tlačítko OK uzavřeme dialogové okno a provedeme všechny změny, které jsme vyznačili na kartách. Pokud jsme zaškrtnuli okénko Uložit pro příští spuštění, budou tyto změny platit i do budoucna.

V dalších odstavcích se budeme věnovat jednotlivým kartám.

#### 12.1.1 Množiny

Na této kartě nastavujeme atributy specifické pro množiny. Položka počet vykreslovaných poloh udává minimální počet poloh objektu, který bude použit pro vykreslení množiny.

Množina bodů může být zobrazena buď jako soubor jednotlivých bodů, nebo jako souvislá křivka, která je jimi proložena. Volíme to zaškrtnutím okénka spojovat body.

U množin přímek, kružnic a kuželoseček lze vykreslit buď soubor těchto objektů, nebo jejich obálku (křivku, která se dotýká všech objektů množiny). To volíme zaškrtnutím okénka pouze obálky.

### 12.1.2 Vzhled objektů

Na této kartě určujeme atributy textových i geometrických objektů. Pro každý druh textových objektů stanovíme písmo, styl, velikost a barvu písma. Pro každý druh grafických objektů stanovíme barvu, typ a tloušťku čáry a případně vybereme i značku.

### 12.1.3 Ostatní volby

Vytváříme-li bod na nákresně, program nám nabízí i možnost umístit ho na objekty, k nimž se přiblíží kurzor, i když právě nepracujeme s nástrojem **[body]Bod na objektu**. Na této kartě můžeme tuto možnost přepínat v okénku vytvářet body na objektech.

Cabri Geometrie pracuje s eukleidovskou rovinou, která je rozšířena o nevlastní prvky, zaškrtneme-li okénko zobrazovat nevlastní objekty. Představme si např. obrázek, na němž jsou různoběžné přímky  $a$ ,  $b$  protínající se v bodě  $P$ , bod  $B$  a přímka  $c$  vytvořená jako spojnice bodů  $B$  a  $P$ . Předdefinujme přímku  $b$  na rovnoběžku s přímkou  $a$ . Bod  $P$  pak přestane existovat a přímka  $c$  není definována (nezaškrtnuté okénko), resp. bod  $P$  přejde v nevlastní bod a přímka  $c$  v rovnoběžku s přímkami  $a$ ,  $b$  (zaškrtnuté okénko).

### 12.1.4 Systémové volby

Na této kartě upravujeme chování systému a uživatelského rozhraní.

Volbou položky **[Upravit]Kopírovat** zkopírujeme do schránky označené objekty z obrázku. Je-li okénko bitmapovou kopií zaškrtnuté, bude kopie ve schránce uložena v bitmapovém formátu, jinak ve vektorovém formátu (Windows Enhanced Metafile). Podrobněji viz 14. kapitolu Export a tisk.

Zaškrtnutím okénka vypnout funkci Zpět znemožníme rušení naposledy provedené akce, které je k dispozici v nabídce **[Upravit]**.

*Dosah kurzoru* je vzdálenost, na kterou kurzor identifikuje objekty na nákresně. Větší dosah je pohodlný při práci s izolovanými objekty, působí však komplikace u objektů blízkých nebo překrývajících se.

*Písmo u kurzoru* je písmo, jímž se vypisují hlášení u kurzoru na nákresně, např. kolmo na tuto přímku.

*Písmem nabídek* jsou psány položky v nabídkách nástrojů po otevření sady.

### 12.1.5 Zaokrouhlování a jednotky

Na této kartě upravujeme atributy, které mají čísla, získaná měřením v obrázku. Pro různé typy takových veličin (délka, úhel, ostatní) určíme, na kolik míst za desetinnou čárkou se budou zobrazovat, a jejich jednotky (pro délku a úhel).

### 12.1.6 Souřadnice a rovnice

Na této kartě volíme typ soustavy souřadnic a tvar, v němž se budou vypisovat rovnice přímk, kružnic a kuželoseček.

Ve všech případech program zobrazí koeficienty rovnic ve tvaru zlomků, je-li to možné.

Pro rovnice přímk si uživatel vybírá mezi tvarem  $y = ax + b$  (což zahrnuje i případ  $x = \text{konstanta}$ ), nebo  $ax + by + c = 0$ .

Pro kružnice je k dispozici obecná rovnice  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  a rovnice  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ , z níž jsou zřejmé souřadnice středu a velikost poloměru. Pokud se střed kružnice dostane do nekonečna a jsou aktivovány nevlastní prvky, je její rovnice vypsána ve tvaru  $y = ax + b$  a nevlastní přímka.

Pro kuželosečky volíme mezi rovnicí  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ , a rovnicí  $(x - x_0)^2 / a^2 \pm (y - y_0)^2 / b^2 = \pm 1$ , z níž jsou zřejmé souřadnice středu kuželosečky. Ve druhém případě ovšem musí jít o středovou kuželosečku (elipsu nebo hyperbolu) s osami rovnoběžnými s osami souřadnic. Není-li tomu tak, zobrazí se rovnice v obecném tvaru.

U množin se užívá pouze kartézská soustava souřadnic. Pokud lze některou z proměnných z rovnice separovat, zobrazí se rovnice ve tvaru  $x = f(y)$  nebo  $y = f(x)$ ; jinak v obecné formě jako součet členů tvaru  $a_{ij}x^i y^j$  rovný nule.

## 12.2 Úprava nabídek nástrojů

Uživatel může do sad nástrojů přidávat své vlastní nástroje (vytvářené jako makrokonstrukce) a nástroje přerazovat z jedné sady do druhé. Také může nástroje ze sad odstraňovat.

Těmito úpravami se rozšiřují možnosti programu a také lze při výuce nechat žáky pracovat s omezeným arzenálem nástrojů (např. bez rovnoběžek a kolmic). Pro účely výuky lze upravené nabídky nástrojů uzamknout heslem a zabránit tak žákům, aby je sami modifikovali.

Přístup k sadám nástrojů získáme volbou [Nastavit]Upravit nabídky

**nástrojů...**, která otevře dialogové okno. Dokud je okno otevřené, můžeme nástroje přesouvat z jedné sady do druhé tak, že nejprve vybereme nástroj z nabídky jedné sady a pak určíme jeho pozici mezi nabídkami jiné sady. Nástroj odstraníme tak, že ho přesuneme do koše zobrazeného vpravo od panelu nástrojů.

Konfigurace nástrojů se neukládá spolu s obrázkem. Lze ji uložit samostatně pro pozdější použití. Pokud byly upravené nabídky nástrojů zajištěny heslem, je pak požadováno před další úpravou.

## 12.3 Jazyk

Volbou položky [Nastavit]Jazyk... otevřeme okno, umožňující vybrat a otevřít jazykový soubor s příponou .cgl. Ten obsahuje kompletní sadu textů zobrazovaných programem v daném jazyce. Nová jazyková mutace se okamžitě instaluje a není kvůli tomu nutno spouštět program znovu. Program se pak zeptá, bude-li tento jazykový soubor nadále užíván.

Kolekce jazykových souborů dodávaných s programem závisí na distributorovi. Cabri Geometrie byla přeložena učiteli matematiky do mnoha jazyků. S dotazy na jazyky, které jsou k dispozici, se můžete obrátit na adresu [support@cabri.com](mailto:support@cabri.com).

# Kapitola 13

## Uživatelské rozhraní

Tato kapitola obsahuje systematický popis uživatelského rozhraní. V jiných kapitolách uvádíme jiný pohled na tuto problematiku (např. na sadu nástrojů k vytváření bodů).

### 13.1 Panel nabídek

#### 13.1.1 Soubor

- **[Soubor]Nový obrázek** (`Ctrl+N`) vytvoří nový obrázek obsahující dva objekty: počátek a dvojici kolmých os souřadnic s jednotkou délky 1 *cm*. Tyto dva objekty jsou zpočátku skryty. Nový dokument se stane aktivním dokumentem.
- **[Soubor]Otevřít...** (`Ctrl+O`) zobrazí standardní dialogové okno Windows pro otevírání souborů. V Cabri Geometrii II Plus lze otevřít následující typy souborů: obrázky `.fig` vytvořené v Cabri Geometrii II Plus nebo v Cabri Geometrii II, makrokonstrukce `.mac`, nastavení `.ini`, nabídky nástrojů `.men`, obrázky pro kalkulačky TI-92 a TI-83 a jazykové soubory `.cgl`.
- **[Soubor]Zavřít obrázek** (`Ctrl+F4`) zavře aktivní dokument. Pokud byl dokument od svého posledního uložení změněn, zobrazí se dialogové okno, které uživateli nabídne, aby dokument před zavřením uložil. Pokud bylo obrázkem od posledního uložení pouze manipulováno, dialogové okno se nezobrazí.
- **[Soubor]Uložit** (`Ctrl+S`) uloží aktivní dokument. Pokud dokument nebyl předtím uložen, probíhá akce stejně jako **[Soubor]Uložit jako...**
- **[Soubor]Uložit jako...** zobrazí standardní dialogové okno Windows pro ukládání souborů. Zatržením políček určujeme tyto varianty:

- Přidružené obrázky v samostatných souborech. Zatrhneme-li toto políčko, uloží se jen odkazy na soubory s obrázky přidruženými k objektům dokumentu. Pak ovšem musí být tyto soubory k dispozici, aby šlo dokument otevřít. Není-li políčko zatrženo, uloží se obrázky do souboru dokumentu.
- Pohyb hned po otevření. Pokud byl v dokumentu použit nástroj Pohyb více objektů, bude pohyb zahájen, jakmile bude dokument příště otevřen.
- Neuvádět detaily v makrokonstrukcích. Zaškrtnutím tohoto políčka potlačíme pro ukládaný dokument zobrazení pomocných objektů makrokonstrukcí v okně Zápis konstrukce. Pomocné objekty se zobrazí až po vložení hesla, které zde určíme.
- [Soubor]Export do kalkulátoru TI... uloží dokument ve formátu, který přečtou verze Cabri Geometrie II instalované v kalkulátorech firmy Texas Instruments: TI voyage 200, TI-92, TI-92 Plus, TI-89, TI-83 Plus, a TI-83 Plus SE.
- [Soubor]Původní obrázek... umožňuje uživateli, aby se vrátil k naposledy uložené verzi dokumentu, přičemž budou ovšem ztraceny všechny změny provedené od posledního uložení. Zobrazí se dialogové okno pro potvrzení tohoto příkazu.
- [Soubor]Umístit obrazovku... zobrazí dialogové okno a v něm celou virtuální nákresnu rozměru 1 m × 1 m. Na ní lze upravit pozici viditelné části.
- [Soubor]Nastavit stránku... zobrazí standardní dialogové okno Windows pro tisk. V něm se určují okraje, formát a orientace papíru apod.
- [Soubor]Tisk... (Ctrl+P) zobrazí standardní dialogové okno Windows, v němž se vybírá tiskárna. Pak se zobrazí další dialogové okno k vymezení té části virtuální nákresny rozměru 1 m × 1 m, která bude tisknuta. Při tisku po sobě následujících dokumentů se vychází z polohy, kterou měla naposledy vytisknutá stránka. V tomto dialogovém okně se také ovládá tisk data a názvu souboru.
- [Soubor]Konec (Alt+F4) ukončí činnost programu Cabri Geometrie. Nejdříve se zavřou všechny dokumenty stejným způsobem, jako při [Soubor]Zavřít obrázek. Uživatel může tento proces zrušit tlačítkem Storno.

### 13.1.2 Upravit

- [Upravit]Zpět (Ctrl+Z) zruší poslední provedenou operaci. Když byla operace zrušena, lze ji opět obnovit příkazem [Upravit]Znovu (Ctrl+Z). Zrušit lze takto jen jednu poslední operaci.

- [Upravit]Vymout (Ctrl+X) vymaže označené objekty a zkopíruje je do schránky (viz [Upravit]Kopírovat dále).
- [Upravit] Kopírovat (Ctrl+C) zkopíruje označené objekty do schránky a ponechá je v dokumentu. Kopie může mít jen dva specifické formáty. První formát je interní formát Cabri Geometrie, který umožňuje vložit obsah schránky do jiného dokumentu, nebo i do téhož dokumentu (v tomto případě je kopie trochu posunuta vůči originálu). Druhý formát se použije, jen když je aktivní rám pro označování (vytváří se tahem myši, viz [manipulace]Ukazovátko). Je to buď bitmapový obrázek obsahu rámu, nebo jeho vektorový obrázek ve formátu Windows Enhanced Metafile Format (EMF). Výběr mezi těmito dvěma formáty se provádí na kartě Systémové volby v dialogovém okně [Nastavit]Nastavit prostředí... (podrobněji viz odst. 12.1.4 [Nastavit]Nastavit prostředí a kapitolu 14 Export a tisk.
- [Upravit]Vložit (Ctrl+V) vloží do dokumentu objekty, které byly zkopírovány do schránky.
- [Upravit]Smazat (Del) vymaže předem označené objekty.
- [Upravit]Označit vše (Ctrl+A) označí všechny objekty v dokumentu.
- [Upravit]Krokovat konstrukci zobrazí dialogové okno Krokování konstrukce.
- [Upravit]Překreslit (Ctrl+F) znovu vykreslí všechny objekty na nákrese. Jsou-li tam stopy (vytvořené nástrojem [texty a symboly]Stopa ano / ne), budou smazány.

### 13.1.3 Nastavit

- [Nastavit]Zobrazit panel grafiky (F9) zobrazuje, [Nastavit]Skrýt panel grafiky (F9) skrývá panel grafiky.
- [Nastavit]Zobrazit zápis konstrukce (F10) zobrazuje, [Nastavit]Skrýt zápis konstrukce (F10) skrývá okno Zápis konstrukce.
- [Nastavit]Nastavit prostředí... zobrazuje okno Nastavení prostředí.
- [Nastavit]Upravit nabídky nástrojů... zobrazuje okno Úprava nabídek nástrojů.
- [Nastavit]Jazyk... zobrazí standardní okno Windows, z něhož lze načíst jazykový soubor.
- [Nastavit]Písmo... zobrazí standardní okno Windows pro výběr písma, velikosti, stylu a barvy písma v označených objektech.

### 13.1.4 Okno

- [Okno]Kaskáda uspořádá v hlavním okně programu kaskádovitě okna otevřených dokumentů.
- [Okno]Dlaždice vodorovně uspořádá v hlavním okně programu vedle sebe okna otevřených dokumentů.
- [Okno]Dlaždice svisle uspořádá v hlavním okně programu pod sebe okna otevřených dokumentů.
- [Okno]Zavřít vše zavře všechny otevřené dokumenty. Zobrazí okno pro potvrzení, že uzavírané dokumenty, které byly od posledního uložení změněny, mohou být uloženy.

### 13.1.5 Série

- [Série]Ukládat sérii obrázků... (F2) nejprve vyžádá nastavení časového intervalu (nebude-li nastaven, budou se obrázky ukládat vždy při jejich změně) a název složky, do níž bude série ukládána. Do této složky se pak ukládají jednotlivé fáze konstrukce, každá pod svým jménem, které se skládá z názvu složky a pořadového čísla.
- [Série]Prohlížet sérii obrázků... (F4) zobrazí okno pro otevírání obrázků. Když otevřeme některý obrázek ze série, můžeme ji pomocí tlačítek prohlížet dopředu i dozadu a sledovat tak proces vzniku konstrukce.
- [Série]Tisk série... (F5) zobrazí okno pro otevírání obrázků. Když otevřeme některý obrázek ze série, určíme tiskárnu a počet obrázků, které mají být tisknuty na jednu stránku (1, 2, 8).

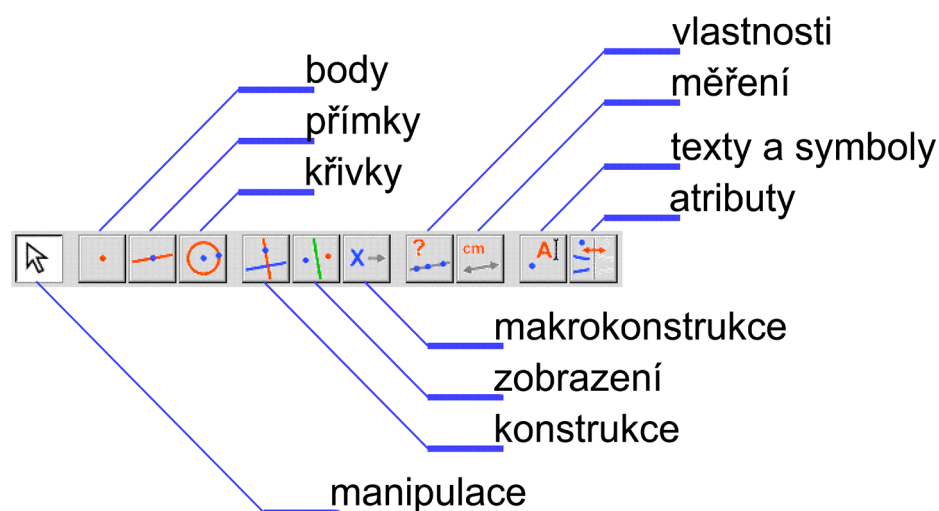
### 13.1.6 Nápověda

- [Nápověda]Nápověda ano / ne (F1) zobrazí nebo skryje okno pro nápovědu pod nákretnou.
- [Nápověda]O programu Cabri II Plus zobrazí titulní stránku programu.

## 13.2 Panel nástrojů

Uživatel může konfiguraci nástrojů měnit (viz 12. kapitolu Nastavení programu). Zde popíšeme jejich základní konfiguraci.

Různé typy objektů a nástroje, jimiž se vytvářejí, jsme popsali v 9. kapitole Objekty a nástroje. Různé atributy objektů a nástroje, jimiž se mění, jsme popsali v 11. kapitole Atributy. Zde uvedeme informace z těchto dvou kapitol podrobněji a v jiném uspořádání.



OBRÁZEK 13.1 – Základní rozmístění sad nástrojů na panelu nástrojů a jejich názvy

### 13.2.1 Manipulace

Všechny nástroje této sady umožňují uživateli vytvořit (tahem myši začínajícím na prázdném místě nákresny) obdélníkový rám k označení všech v něm obsažených objektů. Klepnutím na objekt se označí jen jeden objekt. Všechna označení se zruší klepnutím na prázdné místo nákresny. Klepnutím na objekt při stisknuté klávese `Shift` se objekt přidá k označeným objektům nebo se od nich odebere. Tahem myši při stisknuté klávese `Shift` vznikne čtvercový rám.

Objekty, které jsou právě označeny, jsou zvýrazněny hemžením.

Tahem myši pohybujeme objekty. Pohybovat lze body a jinými objekty sestrojenými z bodů, které jsou nezávislé.

Nástrojem [manipulace]Ukazovátko lze přesouvat objekty. Nástroj [manipulace]Otáčení objektu otáčí objekty kolem jejich „středu“ (definice středu závisí na druhu objektu). Nástroj [manipulace]Zvětšování objektu zvětšuje nebo zmenšuje objekt podle jeho středu. Nástroj [manipulace]Otáčení a zvětšování kombinuje obě operace.



## 13.2.2 Body



K vytvoření nového nezávislého, volně pohyblivého bodu slouží nástroj **[body]Bod**. Je-li v nastavení programu určeno vytvářet body na objektech (což je základní nastavení), vytváří tento nástroj také body na objektech a v průsečících dvou objektů. Tyto varianty signalizuje dynamické hlášení, které se vypisuje u aktuální pozice kurzoru, např. na této kuželosečce, nebo v tomto průsečíku.



Nástrojem **[body]Bod na objektu** se vytvářejí body pohyblivé po určitém objektu.



Nástrojem **[body]Průsečíky** vytvoříme všechny společné body dvou objektů (na rozdíl od implicitního vytváření bodů, kdy vznikne jen jeden průsečík). Klepneme přitom na příslušné dva objekty.

## 13.2.3 Přímký

Nástroji z této sady se vytvářejí objekty, které jsou části přímek, proto je pojmenována „přímký“.



Nástrojem **[přímký]Přímka** vytvoříme přímku. Je k tomu třeba klepnout na dva body nebo na jeden bod a druhým klepnutím na prázdné místo určit směr přímky. Ve druhém případě lze přímkou otáčet kolem prvního bodu. Přidržíme-li klávesu **Alt** při určování směru, vznikne druhý bod.



Nástrojem **[přímký]Úsečka** vytvoříme úsečku tak, že klepneme na dva její koncové body.



Nástrojem **[přímký]Polopřímka** vytvoříme polopřímku s počátečním bodem v prvním bodě, na který klepneme. S nástrojem se zachází stejně jako s nástrojem **[přímký]Přímka**.



Nástrojem **[přímký]Vektor** vytvoříme vektor tak, že klepneme nejprve na jeho počáteční a pak na koncový bod.



Nástrojem **[přímký]Trojúhelník** vytvoříme trojúhelník klepnutím na jeho tři vrcholy.



Nástrojem **[přímký]Mnohoúhelník** vytvoříme mnohoúhelník. V pojetí Cabri Geometrie je to posloupnost vrcholů spojená uzavřenou lomenou čarou. Mnohoúhelník musí mít alespoň tři a nejvýše 128 vrcholů. Postupně klepneme na všechny vrcholy v náležitém pořadí a akci ukončíme poklepáním na poslední vrchol, nebo znovu klepneme na první vrchol.



Nástrojem **[přímký]Pravidelný mnohoúhelník** vytvoříme pravidelný konvexní mnohoúhelník nebo pravidelný hvězdicový mnohoúhelník. Nejprve klepneme na jeho střed a na jeden vrchol. Pak se vypíše symbol

vyjadřující typ mnohoúhelníka a mění se, když pohybujeme kurzorem kolem středu, (vpravo od středu pro konvexní mnohoúhelníky, vlevo pro hvězdicové). Závěrečným klepnutím určíme typ mnohoúhelníku daný momentální hodnotou symbolu.

Symbol  $\{n\}$  znamená konvexní pravidelný  $n$ -úhelník, např.  $\{5\}$  znamená pravidelný konvexní pětiúhelník.

Symbol  $\{n, p\}$  znamená pravidelnou  $n$ -cípou hvězdu, v níž jsou vrcholy pospojovány vždy se třetím sousedním. Tak např. symbol  $\{10, 3\}$  znamená hvězdu, která vznikne spojením vrcholů 1, 4, 7, 10, 3, 6, 9, 2, 5 a 8. Jsou-li  $n$  a  $p$  nesoudělná čísla, je hvězda souvislá.

Pro obě třídy je maximální možný počet vrcholů 30.

### 13.2.4 Křivky

Nástrojem [křivky]Kružnice vytvoříme kružnici určenou jejím středem a bodem, nebo nezávislou kružnici s daným středem. Jako první bod určíme střed. S nástrojem se pracuje podobně jako s nástrojem [přímky]Přímka.



Nástrojem [křivky]Oblouk vytvoříme oblouk kružnice určený třemi body. První a třetí jsou krajní body oblouku, druhý jeho vnitřní bod.



Nástrojem [křivky]Kuželosečka vytvoříme kuželosečku určenou pěti různými body, z nichž nejvýše tři leží v přímce.



### 13.2.5 Konstrukce

Nástrojem [konstrukce]Kolmice (resp. [konstrukce]Rovnoběžka) vytvoříme přímku, která je kolmá k danému směru (resp. rovnoběžná s daným směrem) a prochází daným bodem. Směr určíme přímkou, polopřímkou, úsečkou, vektorem, stranou mnohoúhelníka nebo osou souřadnic.



Nástrojem [konstrukce]Střed úsečky vytvoříme střed dvojice bodů. Zadáme dva body, úsečku, vektor nebo stranu mnohoúhelníka.



Nástrojem [konstrukce]Osa úsečky vytvoříme osu úsečky: přímku procházející jejím středem a k ní kolmou. Zadáme dva body, úsečku, vektor nebo stranu mnohoúhelníka.



Nástrojem [konstrukce]Osa úhlu vytvoříme přímku, která je osou úhlu. Úhel  $ABC$  s vrcholem  $B$  zadáme třemi body  $A$ ,  $B$ , a  $C$ .



Nástrojem [konstrukce]Součet vektorů vytvoříme vektor, který reprezentuje součet dvou daných vektorů. Zadáme dva vektory a počáteční bod součtu.





Nástrojem [konstrukce]**Kružítko** vytvoříme kružnici s daným středem a poloměrem. Zadáme-li tři body  $A$ ,  $B$ , a  $I$ , vznikne kružnice se středem  $I$  a poloměrem  $AB$ . Zadáme-li bod  $I$  a úsečku, vznikne kružnice se středem  $I$  a poloměrem délky úsečky. Zadáme-li bod a číslo  $r$ , vznikne kružnice se středem  $I$  a poloměrem  $r$ .



Nástrojem [konstrukce]**Nanést délku** nanese danou délku na kružnici, mnohoúhelník, vektor, polopřímku nebo osu souřadnic. Zadáme číslo a pak kružnici a bod na ní, mnohoúhelník, polopřímku, vektor nebo osu souřadnic. Délka se nanáší od počátku. U kružnice je počátkem daný bod, u mnohoúhelníka vrchol, který byl při jeho vytváření zadán jako první, délku nanášíme proti směru hodinových ručiček.



Nástroj [konstrukce]**Množina** očekává, že zadáme objekt  $A$  a bod  $M$ , který leží na jiném objektu a může se po něm volně pohybovat. Vytvoří množinu objektů  $A$  při pohybu bodu  $M$ . (Podrobněji viz 9. kapitolu Objekty a nástroje).



Nástroj [konstrukce]**Předefinovat objekt** umožňuje změnit definici existujícího objektu, aniž bychom ho museli smazat a znovu sestrojovat od začátku. Předefinování objektu ovlivní i objekty na něm závislé. (Podrobněji viz 10. kapitolu Výzkumné nástroje).

### 13.2.6 Zobrazení

Každý nástroj z této sady provádí určité zobrazení. Nejprve zadáme objekt, jehož obraz budeme vytvářet, a pak prvky definující zobrazení.

Zobrazení jsou podrobně popsána v 9. kapitole Objekty a nástroje v odstavci 9.12 Zobrazení.



Nástroj [zobrazení]**Osová souměrnost** zobrazí objekt v souměrnosti podle přímky. Zadáme objekt a jako osu přímku, polopřímku, úsečku, vektor, stranu mnohoúhelníka nebo osu souřadnic.



Nástroj [zobrazení]**Středová souměrnost** zobrazí objekt ve středové souměrnosti. Toto zobrazení můžeme považovat i za stejnolehlost s koeficientem  $-1$ , nebo za otočení o úhel velikosti  $\pi$ . Zadáme objekt a bod jako střed.



Nástroj [zobrazení]**Posunutí** zobrazí objekt v posunutí. Zadáme objekt a vektor posunutí.



Nástroj [zobrazení]**Otočení** zobrazí objekt v otočení. Zadáme objekt, bod jako střed otočení a číslo jako velikost úhlu otočení. Místo klepnutí na číslo můžeme úhel otočení zadat i klepnutím na oblouček vyznačující úhel.



Nástroj [zobrazení]**Stejnolehlost** zobrazí objekt ve stejnolehlosti. Zadáme objekt, bod jako střed stejnolehlosti a číslo jako její koeficient.



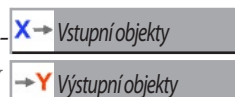
Nástroj [zobrazení]**Kruhová inverze** zobrazí bod v kruhové inverzi. Zobrazuje pouze body. Zadáme bod jako vzor a kružnici určující inverzi.

### 13.2.7 Makrokonstrukce

Makrokonstrukce je konstrukce, kterou uložíme jako nástroj a můžeme ji pak později užívat stejně, jako ostatní nástroje programu.

Makrokonstrukce jsou podrobně popsány v 9. kapitole Objekty a nástroje v oddíle 9.13 Makrokonstrukce.

Nástrojem [makrokonstrukce]Vstupní objekty určujeme vstupní objekty makrokonstrukce, nástrojem [makrokonstrukce]Výstupní objekty určujeme výstupní objekty makrokonstrukce.



Nástroj [makrokonstrukce]Uložit makrokonstrukci slouží k pojmenování a uložení makrokonstrukce.

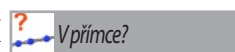


### 13.2.8 Vlastnosti

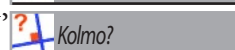
Nástroje této sady vydávají textová hlášení o tom, mají-li dané objekty určité vlastnosti: kolinearitě, kolmost, rovnoběžnost, ekvidistanci nebo incidenci.

Vlastnosti jsou podrobně popsány v 9. kapitole Objekty a nástroje v oddíle 9.15 Vlastnosti.

Nástroj [vlastnosti]V přímce? testuje, leží-li tři body v přímce. Zadávají se tyto tři body.



Nástroje [vlastnosti]Rovnoběžně?, resp. [vlastnosti]Kolmo? testují, jsou-li dva směry rovnoběžné, resp. kolmé. Každý směr lze zadat přímkou, polopřímkou, úsečkou, vektorem, stranou mnohoúhelníka nebo osou souřadnic.



Nástroj [vlastnosti]Stejně vzdálen? testuje, jsou-li dva body  $A, B$ , stejně vzdáleny od bodu  $O$ . Body se zadávají v pořadí  $O, A, B$ .



Nástroj [vlastnosti]Na objektu? testuje, leží-li bod na objektu. Zadává se bod a objekt, který není bodem.



### 13.2.9 Měření

Nástrojem [měření]Vzdálenost a délka měříme délku úsečky, velikost vektoru, vzdálenost bodu od přímky nebo kružnice a vzdálenost dvou bodů. Lze jím dále měřit obvod mnohoúhelníka, délku kružnice a délku elipsy (pro ostatní typy kuželoseček dává nekonečnou hodnotu INF). Výsledek je zobrazen na nákresně jako číslo s jednotkou (implicitně  $cm$ ).



Nástrojem [měření]Obsah měříme obsah mnohoúhelníka, kruhu a elipsy (pro ostatní typy kuželoseček dává nekonečnou hodnotu INF). Výsledek je zobrazen na nákresně jako číslo s jednotkou (implicitně  $cm^2$ ).





Nástrojem [měření]Směrnice měříme směrnici přímky, polopřímky, úsečky a vektoru. Výsledek je zobrazen na nákresně jako bezrozměrné číslo. Když je směr „svislý“, má nekonečnou hodnotu INF.



Nástrojem [měření]Velikost úhlu měříme velikost úhlu určeného buď třemi body (druhý je vrchol, první a třetí leží na ramenech), nebo značkou úhlu. U úhlu určeného třemi body  $A, I, B$  dostáváme velikost neorientovaného úhlu vektorů  $\vec{IA}, \vec{IB}$  v intervalu  $[0, \pi]$ .



Nástroj [měření]Souřadnice a rovnice vypíše souřadnice bodu, nebo rovnici přímky, kružnice, kuželosečky nebo množiny. Tvar rovnice se určuje v nastavení programu. Pokud je na nákresně více souřadných soustav, je ještě nutno jednu určit.



Nástrojem [měření]Výpočty otevřeme okno kalkulátoru.



Nástrojem [měření]Vychítit výraz vyčíslíme hodnotu výrazu. Určí se výraz a tolik čísel, kolik má výraz proměnných. Na nákresnu se vypíše číslo, udávající hodnotu, kterou výraz nabývá pro tyto hodnoty proměnných. Má-li výraz jen jednu proměnnou  $x$ , můžeme tímto nástrojem získat graf příslušné funkce: určíme výraz a soustavu souřadnic.



Nástrojem [měření]Tabulky tabelujeme hodnoty číselných veličin z obrázku pro různé konfigurace objektů. Když vytvoříme tabulku, určíme tabelované veličiny. Klávesou Tab potom vkládáme další řádky s aktuálními hodnotami veličin. V jednom obrázku může být jen jedna tabulka.

### 13.2.10 Texty a symboly



Nástroj [texty a symboly]Názvy slouží k pojmenování objektů. Pojmenovat lze každý geometrický objekt. Název objektu je text připojený k objektu a lze ho podél objektu přesunovat.



Nástroj [texty a symboly]Texty slouží ke vkládání textu na nákresnu. Rozměry obdélníkového pole obsahujícího text lze upravit. Do textu lze vkládat čísla, rovnice a názvy objektů.



Nástroj [texty a symboly]Čísla slouží ke vkládání čísel na nákresnu.



Nástroj [texty a symboly]Výrazy slouží ke vkládání výrazů na nákresnu. Syntaxe výrazu se kontroluje, teprve až dojde k jeho vyčíslení nástrojem [měření]Vychítit výraz.



Nástroj [texty a symboly]Vyznačit úhel vykreslí oblouček vyznačující úhel daný třemi body, z nichž prostřední je vrchol a krajní leží na ramenech. Pro pravý úhel se užívá zvláštní značka. Velikost značky lze upravovat tahem myši. Když ji přitom „protáhneme“ vrcholem úhlu, dostane se na druhou stranu a vyznačuje komplementární nekonvexní úhel.

Zbývající nástroje této sady jsou popsány v 10. kapitole Výzkumné ná-

stroje. Jsou to [texty a symboly]Upevnit / Uvolnit pro upevňování nezávislých objektů a jejich uvolňování, [texty a symboly]Stopa ano / ne k označování objektů, které budou při modifikacích obrázku zanechávat stopu svého pohybu, [texty a symboly]Pohyb objektu a [texty a symboly]Pohyb více objektů k automatickému pohybu objektů v obrázku.



### 13.2.11 Atributy

Atributy a nástroje užívané k jejich změnám jsou podrobně popsány v 11. kapitole Atributy.

Způsob, jímž se těmito nástroji mění atributy, je u všech stejný: určí se nová hodnota atributu a pak jednotlivé objekty, u kterých se bude atribut měnit.

Nástroj [atributy]Zobrazit / Skrýt slouží k označování objektů v obrázku, které nebudou zobrazovány ani tištěny. Dají se tak zpřehlednit složité obrázky.



Nástroj [atributy]Tlačítko skrývání umístí na náčrtku tlačítko, kterým se ovládá zobrazování a skrývání označených objektů. Tlačítko vytvoříme tahem myši. Objekty, které označíme ke skrytí, se po aktivaci tohoto nástroje a klepnutí na tlačítko zvýrazní hemžením.



Nástroje [atributy]Barva čáry, [atributy]Barva výplně a [atributy]Barva písma mění barvu čar (a bodů), výplně a písma. Vybereme barvu z palety a pak objekt, který s ní obarvíme.



Nástroje [atributy]Tloušťka čáry a [atributy]Typ čáry fungují podobně a mění tloušťku čar, velikost značek bodů a typ čar.



Nástroj [atributy]Typ značky umožňuje vybrat ze vzorníku vyznačení dalších typů objektů.



Nástroj [atributy]Zobrazit osy (Skrýt osy) zobrazuje, resp. skrývá implicitní osy souřadnic.



Nástroj [atributy]Nové osy vytvoří další soustavu souřadnic. Zadáme počátek a dva body určující směry os.



Nástroj [atributy]Mřížové body vytvoří v náčrtu síť mřížových bodů. Je nutno určit soustavu souřadnic.



## 13.3 Panel grafiky



Panel grafických atributů je rozložen svisle vlevo od nákresny a zobrazuje, resp. skrývá se volbou [Nastavit]Zobrazit panel grafiky (F9), resp. [Nastavit]Skrýt panel grafiky (F9).

Tento panel funguje jinak, než sada nástrojů [atributy]. Když aktivujeme nástroj k vytváření určitého typu objektů, panel grafiky se aktualizuje podle implicitních atributů tohoto typu objektů. Implicitní atributy můžeme na panelu změnit a nově vznikající objekty tohoto typu budou nadále mít nové atributy.

Když např. aktivujeme nástroj [body]Bod, na panelu grafiky se ukáží aktuální implicitní atributy pro body (barva, typ a velikost značky). Když si vybereme modrou barvu, budou nově vytvářené body modré.

Objekty můžeme také označit ukazovátkem a pak změnit na panelu jejich atributy. Ty pak budou mít vybrané objekty.










Horní tři tlačítka na panelu , , **A** ovládají barvu čáry (resp. bodu), barvu výplně a barvu písma. Aktuální barvy se zobrazí na ikonách.

Tlačítka   zvětšují, resp. zmenšují písmo.






Tlačítka   určují velikost značky bodu a tloušťku čáry.

Tlačítka    určují typ čáry (plná, tečkovaná, čárkovaná).

Tlačítka      určují typ značky bodu.

Tlačítka      a     určují typ značky pro úhly a pro úsečky. Tyto značky můžeme např. použít k vyznačení skutečnosti, že úhly jsou shodné, nebo že úsečky jsou rovnoběžné.

Tlačítka    určují vzhled konců „zkrácených přímek“.

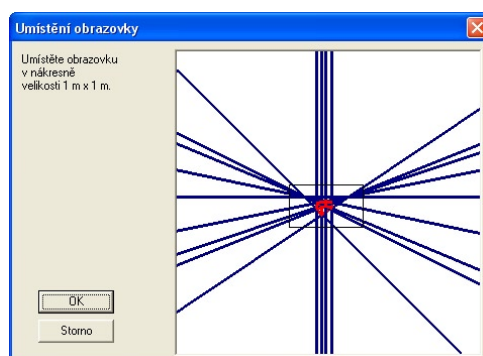
Tlačítka      určují typ soustavy souřadnic (což souvisí i s mřížovými body): kartézská, nebo polární ve stupních, gradech nebo radiánech.

## 13.4 Dialogová okna

Nebudeme zde popisovat standardní dialogová okna Windows, která se v programu užívají. Jsou to okna pro otevírání a ukládání souborů, nastavení stránky, tisk a formát písma. Dialogová okna pro nastavení prostředí a pro úpravu nabídek nástrojů jsme popsali ve 12. kapitole Nastavení programu.

### 13.4.1 Umístění obrazovky

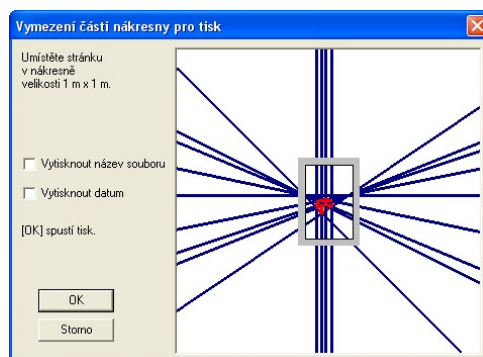
OBRÁZEK 13.2 – Dialogové okno  
Umístění obrazovky



V okně je znázorněna nákrese velikosti 1 m × 1 m a obdélníkový výřez, který je vidět na obrazovce. Obdélníkem lze posunovat a nastavit tak viditelnou část nákrese. Tlačítkem OK potvrdíme tuto pozici a zavřeme okno. Tlačítkem Storno zavřeme okno, aniž bychom pozici obrazovky změnili.

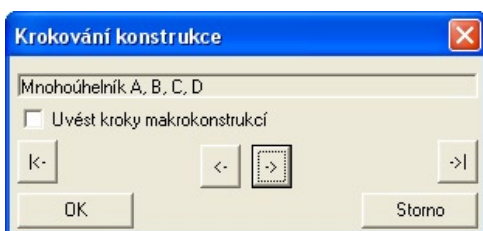
### 13.4.2 Vymezení části nákrese pro tisk

OBRÁZEK 13.3 – Dialogové okno  
Vymezení části nákrese pro tisk



Toto okno následuje po standardním okně Windows pro tisk. Je v něm znázorněna nákrese velikosti 1 m × 1 m a černě orámovaný obdélníkový výřez, který bude vytisknut. Jeho šedé okraje odpovídají okrajům stránky. Obdélníkem lze posunovat po nákrese. Po ukončení tisku se pozice obdélníka vrátí do středu nákrese. Můžeme zaškrtnout okénka pro tisk data a názvu obrázku. Tlačítkem OK potvrdíme výřez a spustíme tisk, tlačítkem Storno operaci zrušíme.

### 13.4.3 Krokování konstrukce



OBRÁZEK 13.4 – Dialogové okno krokování konstrukce

Okno otevřeme volbou [Upravit]Krokovat konstrukci. V tomto okně můžeme číst jednotlivé kroky konstrukce, od prvního až do posledního. Když zaškrtneme okénko Uvést kroky makrokonstrukce, budou se zobrazovat i kroky uvnitř makrokonstrukcí s výjimkou makrokonstrukcí uzavřených při svém vzniku heslem.

Tlačítkem |<- se vrátíme na začátek konstrukce, tlačítkem <- se vracíme o jeden krok zpět, tlačítkem -> postoupíme o jeden krok vpřed a tlačítkem ->| přejdeme na konec konstrukce.

Tlačítkem Storno uvedeme obrázek do původního stavu a uzavřeme dialogové okno. Klepneme-li na tlačítko OK uprostřed krokování, program se zeptá, má-li být obrázek ponechán v tomto stavu.

### 13.4.4 Paleta barev

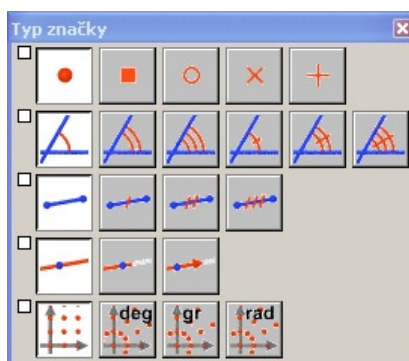


OBRÁZEK 13.5 – Paleta barev

Toto okno se otevře pokaždé, když uživatel provádí změnu barvy. Je v něm 36 šestiúhelníkových barevných buněk uspořádaných podle barvy a odstínu s bílou barvou uprostřed. Tři základní barvy a jejich doplňkové barvy jsou ve vrcholech vnitřního šestiúhelníka. Pod šestiúhelníkem jsou umístěny čtyři odstíny šedé barvy včetně černé. Na této nové paletě jsou i barvy užívané ve starším programu Cabri Geometrie II.

### 13.4.5 Typ značky

OBRÁZEK 13.6 – Dialogové okno Typ značky



S oknem se pracuje podobně jako s ostatními nástroji ze sady [atributy]. Zobrazíme je volbou [atributy]Typ značky. Sdružuje různé atributy: značky pro body, úsečky, úhly, konce zkrácených přímek a typy soustavy souřadnic.

### 13.4.6 Kalkulačka



OBRÁZEK 13.7 – Dialogové okno Kalkulátor.

Kalkulátor se zobrazí nástrojem [měření]Výpočty. Je zobrazen, dokud ho nevypneme tlačítkem Vyp. Kalkulačka vyčísluje hodnoty výrazů vkládaných na její displej. Operátory lze vkládat z klávesnice nebo klepáním na tlačítka kalkulačky. Čísla lze vkládat z klávesnice nebo z nákresny klepnutím. Výsledek se vypočte po klepnutí na tlačítko = a lze ho myší vytáhnout na nákresnu.

Seznam funkcí a operací, které jsou na kalkulačce k dispozici, je uveden v 9. kapitole Objekty a nástroje, v oddílu 9.14 Čísla.

### 13.4.7 O programu Cabri II Plus

Toto okno se zobrazí také hned po spuštění programu. Informuje o verzi programu, typu licence, jménu a příslušnosti uživatele.

# Kapitola 14

## Export a Tisk

Obrázek vytvořený v Cabri Geometrii lze mnoha způsoby použít v jiných dokumentech nebo publikovat.

Obrázek nebo jeho část lze využít v jiném dokumentu Cabri Geometrie tak, že označíme požadované objekty (všechny najednou lze označit volbou **[Upravit]Označit vše** nebo `Ctrl+A`), a pomocí **[Upravit]Kopírovat** (`Ctrl+C`) a **[Upravit]Vložit** (`Ctrl+V`) je přeneseme do jiného dokumentu.

K využití obrázku v jiných aplikacích ho lze zkopírovat do schránky ve dvou formátech, bitmapovém nebo vektorovém. Mezi nimi volíme na kartě Systémové volby v okně Nastavení prostředí V obou případech musí být aktivní rám pro označování, který se vytvoří tahem myši v režimu Ukazovátka. Obsah rámu bude pak zkopírován do schránky.

Bitmapový formát je vhodný jen k publikaci statických obrázků, které se nebudou dále upravovat. I po vytištění jsou na něm patrné „hrby“ dané rastrem obrazovky.

Vektorový formát (Windows Enhanced Metafile) je akceptován většinou programů. Kvalita vytištěných obrázků je dokonalá a je dána jen rozlišením tiskárny.

Bitmapové obrázky s velkým rozlišením nebo PostScriptové soubory lze získat příkazem **[Soubor]Tisk** tak, že při tisku stránky použijeme PostScriptový ovladač tiskárny (např. generický ovladač tiskárny Adobe PostScript). Zvolíme tisk do souboru a v ovladači např. Encapsulated PostScript (EPS). Dostaneme tak vektorový formát, který je nezávislý na platformě (přenositelný do jiných operačních systémů, což neplatí pro formáty Windows Metafile).

Verzi v Encapsulated PostScriptu lze pak konvertovat do jiných formátů pomocí vhodných utilit, jako je např. volně šiřitelný program Ghostscript a dosáhnout tak požadovaného rozlišení.

Obsah tabulky přeneseme do tabulkového kalkulátoru pomocí **[Upravit]Kopírovat**, a pak v tabulkovém kalkulátoru **[Upravit]Vložit**.

Popis obrázku ve formě textu lze z okna Zápis konstrukce kopírovat pomocí nabídky, která se vypíše při stisknutí pravého tlačítka myši.