ARIP2 Cv. 10A

Číselné soustavy

Poziční číselná soustava je dnes převládající způsob písemné reprezentace čísel – dokonce pokud se dnes mluví o číselných soustavách, jsou tím obvykle myšleny soustavy poziční. V tomto způsobu zápisu čísel je hodnota každé číslice dána její pozicí v sekvenci symbolů. Každá číslice má touto pozicí dánu svou váhu pro výpočet celkové hodnoty čísla. Patrně nezbytným předpokladem pro vynalezení pozičních soustav je objevení symbolu pro nulu.

Desítková soustava (dekadická) – základ 10, číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Příklad vyjádření čísla v desítkové soustavě:

$$45\,092 = 4.10000 + 5.1000 + 0.100 + 9.10 + 2.1.$$

Používáme zápis s mocninami čísla 10:

$$45\,092 = 4.10^4 + 5.10^3 + 0.10^2 + 9.10^1 + 2.10^0$$

Řád číslice v zápisu čísla:
- jednotky – nultý řád
- desítky – první řád
- stovky – druhý řád
- tisíce – třetí řád atd.

Příklady:

1. Odvoďte pomůcku pro výpočet druhé mocniny čísel, jejichž zápis v desítkové soustavě končí číslicí 5.

2. Od libovolného přirozeného čísla odečtěte součet jeho číslic. Jakým číslem je dělitelný výsledek?

Obecně: Rozvoj přirozeného čísla podle mocnin základu ***z***:

Je-li dáno přirozené číslo $z > 1$, lze každé přirozené číslo ***x*** vyjádřit **právě jedním způsobem** ve tvaru:

$$x = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_1 z^1 + a_0 z^0,$$

Číslo ***z*** nazýváme **základ soustavy**, čísla $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_1, a_0$ jsou menší než ***z*** a $a_n \neq 0$. Zapisujeme jej obvykle $(a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0)_z$. Pokud $z = 10$ závorku a index vynecháváme. Symboly v závorce nazýváme číslice v soustavě o základu z.

Příklady pozičních soustav:

- desítková (používaná v běžném životě)
- dvojková – základ 2, číslice 0, 1
- pětková – základ 5, číslice 0,1, 2, 3, 4
- dvanáctková – základ 12, číslice ? 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11???

  za číslice „10“ a „11“ musíme zvolit nové znaky – obvykle za „10“ zvolíme A, za „11“ volíme B.
- šestnáctková – základ 16, číslice 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- atd.

Dvě základní úlohy:

1. **Převést číslo zapsané v desítkové soustavě do poziční soustavy o jiném základu.**
2. **Převést číslo zapsané v nedesítkové soustavě do soustavy desítkové.**

Příklad 1:
Číslo 169 (zapsané v desítkové soustavě) převeďte do dvojkové soustavy.
Řešení:
Užijeme postupu opakovaného dělení číslem 2:
169 : 2 = 84, zbytek 1
84 : 2 = 42, zbytek 0
42 : 2 = 21, zbytek 0
21 : 2 = 10, zbytek 1
10 : 2 = 5, zbytek 0
5 : 2 = 2, zbytek 1
2 : 2 = 1, zbytek 0
1 : 2 = 0, zbytek 1
(Postup ukončíme, když vyjde jako výsledek dělení číslo 0)
Platí tedy: $169 = (10101001)_2$ (jako číslice píšeme zbytky počínaje posledním).
Příklad 2:
Číslo 3015 vyjádřete v soustavě o základu 7.
Řešení:
3015 : 7 = 430, zbytek 5
430 : 7 = 61, zbytek 3
61 : 7 = 8, zbytek 5
8 : 7 = 1, zbytek 1
1 : 7 = 0, zbytek 1.

Platí: $3015 = (11535)_7$

Příklad 3:

Vyjádřete číslo 3573 v soustavě o základu 16.

Řešení:

3573 : 16 = 223, zbytek 5

223 : 16 = 13, zbytek 15 (F)

13 : 16 = 0, zbytek 13 (D)

Platí $(DF5)_{16}$

Příklady:

3. Vyjádřete ve dvojkové soustavě čísla: 24, 35, 71, 297, 4357.
4. Vyjádřete v soustavě o základu 5 čísla: 67, 138, 654.
5. Vyjádřete v soustavě o základu 12 čísla: 201, 879.

Příklad 4:

Vyjádřete v desítkové soustavě číslo $(1101001)_2$.

Řešení:

$(1101001)_2$ = $1.2^6 + 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 0.0^2 + 0.2^1 + 1.2^0$ = 64 + 32 + 8 + 1 = 105

Příklad 5:

Vyjádřete v desítkové soustavě číslo $(EB5)_{16}$.

Řešení:

$(EB5)_{16}$ = $14.16^2 + 11.16^1 + 5.16^0$ = 3584 + 176 + 5 = 3765

Příklady:

6. Vyjádřete v desítkové soustavě: $(1100111)_2$, $(4013)_5$, $(8A2)_{12}$.